N° d'ordre : 27

THÈSES

présentées

à la FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE BESANÇON

pour obtenir le titre de

DOCTEUR INGÉNIEUR

par

Jean-Louis MILAN

Ingénieur E.N.S.C.M.B.

PREMIÈRE THÈSE

Contribution à l'Etude des Oscillations forcées du Quartz : non linéarités

---

DEUXIÈME THÈSE

Fonctionnement non linéaire du transistor

Soutenues le 1 Juillet 1968 devant la Commission d'Examen :

MM. MESNAGE, Président
CHALEAT, THEOBALD } Examinateurs

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41547627_0027

N° d'ordre : 27

THÈSES

présentées

à la FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE BESANÇON

pour obtenir le titre de

DOCTEUR INGÉNIEUR

par

Jean-Louis MILAN

Ingénieur E.N.S.C.M.B.

PREMIÈRE THÈSE

Contribution à l'Etude des Oscillations forcées du Quartz : non linéarités

---

DEUXIÈME THÈSE

Fonctionnement non linéaire du transistor

Soutenues le Juillet 1968 devant la Commission d'Examen :

MM. MESNAGE, Président
CHALEAT, THEOBALD } Examinateurs

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

UNIVERSITE DE BESANCON

FACULTE DES SCIENCES

DOYEN HONORAIRE : M. GLANGEAUD

PROFESSEURS HONORAIRES : MM. BAILLAUD, DUFFIEUX, T
TRILLAT, UEBERSFELD,
VINCENSINI

MAITRE DE CONFERENCES
HONORAIRE : M. GRANIER

DOYEN	M. JACQUEMAIN	Chimie Appliquée
ASSESSEUR	M. THIEBAUT	Géologie Minéralogie
PROFESSEURS	M. TRONCHET	Botanique
	M. CHATELET	Mathématiques
	M. PERROT	Chimie Générale
	M. PLUVINAGE	Physique Théorique
	M. DREYFUSS	Géologie Minéralogie
	M. MESNAGE	Chronométrie
	M. THEOBALD	Paléontologie et Géologie stratigraphique
	M. QUANTIN	Botanique
	M. NAHON	Mécanique Générale
	M. CHALEAT	Mécanique Appliquée
	M. RIPPLINGER	Physiologie Animale
	M. BERNARD	Chimie Physique
	M. RIGAL	Mathématiques
	M. VIENOT	Physique Générale
	M. GOMOT	Zoologie
	M. ARBEY	Astronomie
	M. GALATRY	Physique
PROFESSEUR ASSOCIE	M. DEFIX	Mécanique Appliquée
PROFESSEURS SANS CHAIRE	M. POTIER	Physique des Solides
	M. DEVIN	Chimie Générale
	Mle LEGRAND	Botanique
	M. REAL	Biologie Animale
	M. VALLEE	Mathématiques Appliquées
	M. GOUARNE	Mathématiques
	M. CERUTTI	Chimie Appliquée
	M. BONNEAU	Astronomie

MAITRES DE CONFERENCES

M. THEOBALD J.G	Spectroscopie Hertzienne
M. PARIZET	Mathématiques
M. HARTMANN	Physique
M. ROBERT	Mathématiques

CHARGES D'ENSEIGNEMENT

M. REMOND	Chronométrie
M. MASSONIE	Mécanique Théorique
M. HELLEGOUARCH	Mathématiques
M. BANTEGNIE	Mathématiques
M. MERIGOUX	Physique
M. MIELLOU	Mathématiques
M. OLIVIER	Physique

CONSEILLER ADMINISTRATIF UNIVERSITAIRE M. LAMBERT

Ce travail a été réalisé dans le cadre de l'Ecole National Supérieure de Chronométrie et de Micromécanique.

Je tiens à remercier tout particulièrement :

Monsieur le Professeur MESNAGE, Directeur de l'Ecole, pour ses conseils et la grande liberté qu'il m'a laissée.

Messieurs les Professeurs CHALEAT et THEOBALD qui m'ont fait l'honneur de participer à mon jury de thèse.

Ainsi que tous les membres de l'Ecole, enseignant, techniq et administratif.

S O M M A I R E

I - Introduction p. 2

II - Temps de propagation dans des filtres passe-bande à quartz p. 4

III - Oscillation forcée d'un quartz p. 16

IV - Oscillation forcée d'oscillateurs à quartz du type "Miller" et du type "Pierce" p. 30

V - Conclusion P. 56

- Annexe I : Théorie de l'oscillateur du type "Miller" p. 57

- Annexe II : Oscillateurs Pierce et Miller p. 61

- Notations utilisées p. 62

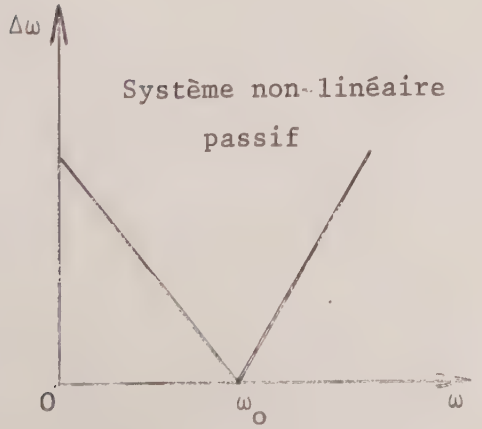
- Bibliographie p. 66

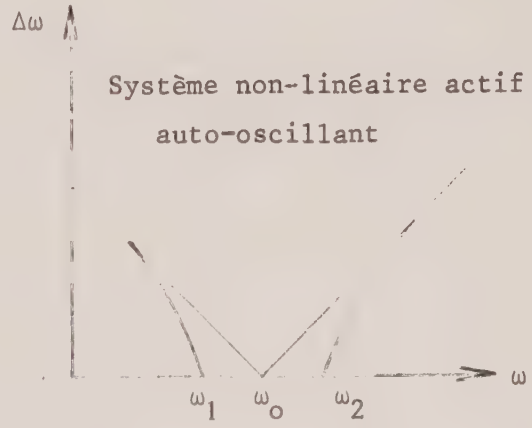
I - INTRODUCTION

La transmission d'une information sous la forme de l'onde $A \sin (\omega t + \phi)$ implique que l'un des trois paramètres A, ω ou ϕ varie en fonction du temps. En électronique moderne, cette transmission de l'information est souvent dûe à la phase. En effet, on est amené à reproduire un signal de faible amplitude en un signal d'amplitude supérieure en conservant la phase. Les oscillateurs synchronisés présentent donc un grand intérêt, car ils sont capables de recopier la phase avec une grande stabilité.

La synchronisation d'oscillateur est un phénomène bien connu. Alors que dans les systèmes non-linéaires passifs, la présence simultanée de deux fréquences f_1 et f_2 produit des battements dont la fréquence varie linéairement avec la différence des fréquences ; dans un système actif auto-oscillant l'injection d'une force électromotrice donne lieu à des phénomènes différents.

En effet, si, à fréquence d'oscillation fixe, l'on fait varier la fréquence de l'onde synchronisante on observe une bande de fréquence dans laquelle l'oscillateur prend la fréquence extérieure : on dit que l'on a synchronisation ; de part et d'autre de cette bande de fréquence, l'on observe comme pour les systèmes non-linéaires passifs, le phénomène de battement. La largeur de la plage de synchronisation dépend de l'amplitude de l'oscillation libre, de l'amplitude de l'oscillation synchronisante et du coefficient de qualité du filtre équivalent.





Ce travail se compose de trois parties :

Dans la première partie, on établit un parallèle entre le temps de synchronisation des oscillateurs à quartz du type Pierce et Miller et le temps de propagation de l'enveloppe de l'onde résultant de la composition de deux vibrations de fréquence peu différente.

Dans la deuxième partie la mise en oscillation forcée d'un quartz met en évidence les non-linéarités qui ont un rôle prépondérant dans la recherche d'une grande stabilité en fréquence. Elle fait apparaître la variation des éléments motionnels en fonction de la puissance dissipée et permet de trouver une équation représentative des phénomènes observés.

Dans la troisième partie, on étudie la synchronisation d'oscillateurs à quartz du type Pierce et du type Miller, tout en montrant la nécessité de connaître parfaitement les non-linéarités introduites par le quartz.

II - TEMPS DE PROPAGATION DANS DES FILTRES PASSE-BANDE A QUARTZ

S O M M A I R E

A - Généralités

1 - Temps de propagation

2 - Constitution des filtres passe-bande en échelle

B - Application aux filtres de réaction des oscillateurs du type Pierce et du type Miller

1 - Oscillateur du type Pierce

2 - Oscillateur du type Miller

3 - Conclusion

A - Généralités

1 - Temps de propagation

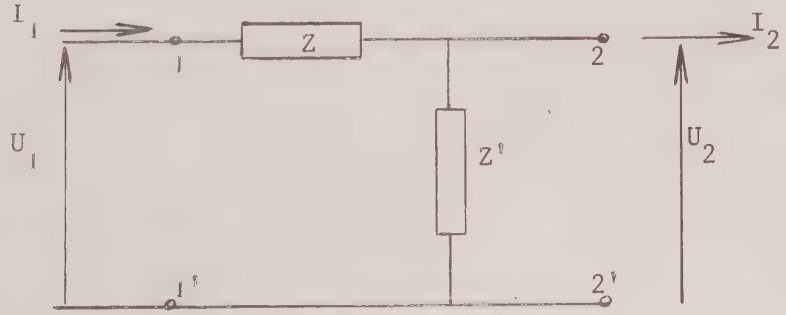
Lors de la synchronisation d'un oscillateur de fréquence d'oscillation libre f_o , par une oscillation extérieure de fréquence $f = f_o + \Delta f$ on a, dans le filtre de réaction pendant le régime transitoire, superposition des deux oscillations. (L'écart minimum instantané de fréquence dépend de la stabilité relative des deux oscillateurs) Le filtre se comportant comme un milieu dispersif, l'étude du temps de propagation du battement résultant de la combinaison des deux ondes en présence donne, en première approximation, l'image du temps de synchronisation (temps nécessaire à l'oscillation extérieure pour imposer sa fréquence à l'oscillateur). Si $\psi(\omega)$ désigne le déphasage introduit par le filtre de réaction (milieu de propagation dispersif), le temps de propagation s'exprime, dans le cas d'un filtre non dissipatif, par la relation $\tau_p = \frac{d\psi}{d\omega}$ (1). Cette expression montre que le temps de propagation du battement dépend de l'écart de fréquence Δf si $\frac{d\psi}{d\omega}$ est différent d'une constante.

2 - Constitution des filtres passe-bande en échelle

Les circuits de réaction des oscillateurs du type Miller ou Pierce sont des filtres passe-bande étroits en échelle.

Pierce → cristal en série (Z)

Miller → cristal en dérivation (Z')



On suppose les éléments de la demi-cellule non dissipatifs. Il s'ensuit que les impédances Z_{10} , Z_{1c} , Z_{20} , Z_{2c} sont imaginaires pures. (impédances de dipôles réactifs).

Z_{io} : impédance vue du côté (i, i') lorsque (j j') sont en circuit ouvert

Z_{ic} : impédance vue du côté (i, i') lorsque (j j') sont en court circuit.

L'exposant de transfert sur image $\frac{\Theta}{2}$ de la demi-cellule s'exprime alors :

$$\text{th}\,\frac{\Theta}{2} = \sqrt{\frac{Z_{1c}}{Z_{10}}} = \sqrt{\frac{Z_{2c}}{Z_{20}}} \quad \text{avec} \quad \frac{U_1 I_1}{U_2 I_2} = e^{\frac{\Theta}{2}} \qquad (2)$$

Les rapports $\frac{Z_{1c}}{Z_{10}}$ et $\frac{Z_{2c}}{Z_{20}}$ étant réels, on définit deux bandes de transmission :

- bande atténuée ou bande affaiblie :

si $\frac{Z_{1c}}{Z_{10}} < 0 \Rightarrow \text{th}\,\frac{\Theta}{2}$ réel d'où $\frac{\Theta}{2} = a + jb$

a : affaiblissement s'exprime en néper

b : déphasage (0 ou Π)

Les impédances images sont imaginaires pures.

- bande passante :

si $\frac{Z_{1c}}{Z_{10}} < 0 \Rightarrow \text{th}\,\frac{\Theta}{2}$ imaginaire d'où $\frac{\Theta}{2} = jb$.

Dans une telle bande $b \neq 0$, il se produit un déphasage variable avec la fréquence, mais il n'y a pas d'affaiblissement. La puissance est réfléchie par le filtre, mais non absorbée par lui. Les impédances images sont réelles.

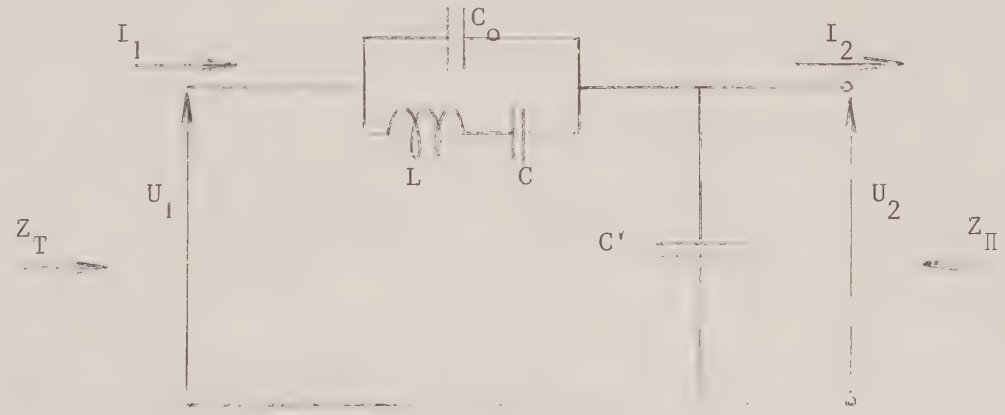
Exprimons les impédances images côté Π, côté T et l'exposant de transfert $\frac{\Theta}{2}$ à l'aide des impédances ou admittances série et dérivation de la demi-cellule :

$$\left| \begin{array}{l} Z_T = \left[Z \left(Z + Z' \right) \right]^{1/2} \\ Z_\Pi = \left[Y' \left(Y + Y' \right) \right]^{-1/2} \\ \text{th} \frac{\Theta}{2} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{Y}{Y'}}} \end{array} \right. \qquad (3)$$

B - Application aux filtres de réaction des oscillateurs du type Pierce et du type Miller

1 - Oscillateur du type Pierce

Le filtre de réaction utilise des demi-cellules comportant un cristal dans le bras série et une capacité dans le bras dérivation :



On désigne par ω_r et ω_a, les pulsations, de résonance et d'anti-résonance du quartz, telles que $L\,C\,\omega_r^2 = 1$ et

$$L\,\frac{C\,C_o}{C + C_o}\,\omega_a^2 = 1$$

Par suite, les admittances sont :

(4)

$$\text{bras série} \quad : \quad Y = j\,\omega(C + C_o)\,\frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_a}\right)^2}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_r}\right)^2}$$

$$\text{bras dérivation} \quad : \quad Y' = j\,\omega\,C'$$

On peut donc déduire les impédances images Z_Π, Z_T et l'exposant de transfert sur images $\frac{\Theta}{2}$ de la demi-cellule.

(5)

$$Z_\Pi = \frac{1}{\omega\sqrt{C'\,(C_o + C')}} \times \sqrt{\frac{\omega^2 - \omega_r^2}{\frac{C + C_o + C'}{C_o + C'}\,\omega_r^2 - \omega^2}}$$

$$Z_T = \frac{1}{C_o\,\omega\,(\omega_a^2 - \omega_r^2)} \sqrt{\frac{C' + C_o}{C'}} \times \sqrt{(\omega^2 - \omega_r^2)\left(\frac{C + C_o + C'}{C_o + C'}\,\omega_r^2 - \omega^2\right)}$$

$$\text{th}\,\frac{\Theta}{2} = \sqrt{\frac{C'}{C_o + C'}} \sqrt{\frac{\omega_r^2 - \omega^2}{\frac{C + C_o + C'}{C_o + C'}\,\omega_r^2 - \omega^2}}$$

Des expressions Z_Π et Z_T , on déduit les pulsations de coupure du filtre :

(6)

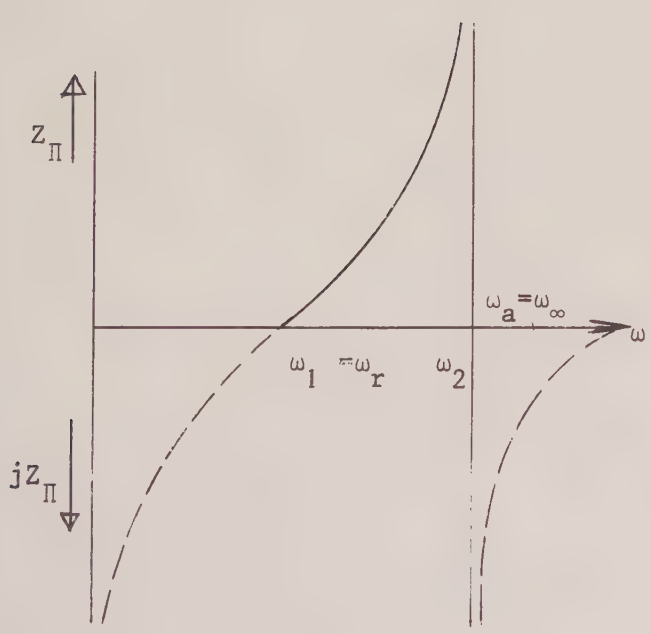
$$\omega_1 = \omega_r$$

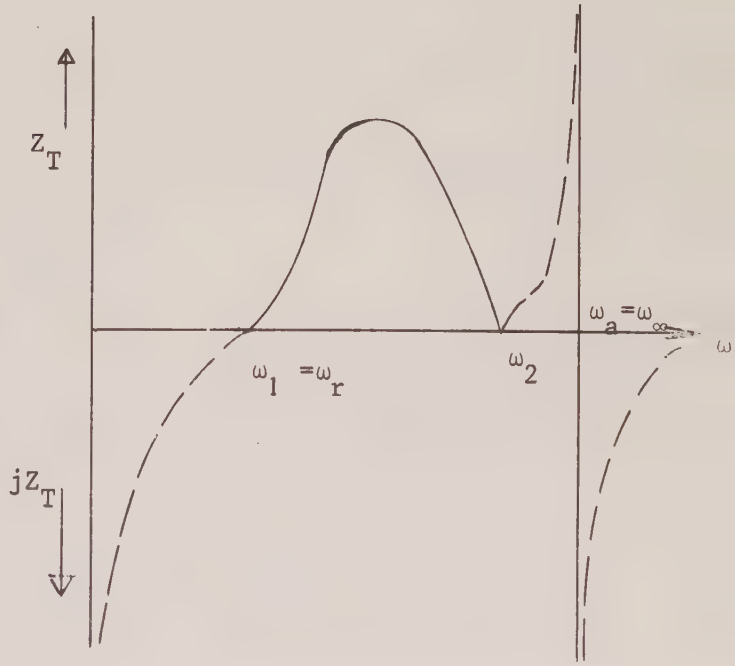
$$\omega_2 = \omega_r \sqrt{\frac{C + C_o + C'}{C_o + C'}} \quad \text{ou} \quad \omega_2^2 = \frac{1}{L}\left(\frac{1}{C} + \frac{1}{C_o + C'}\right)$$

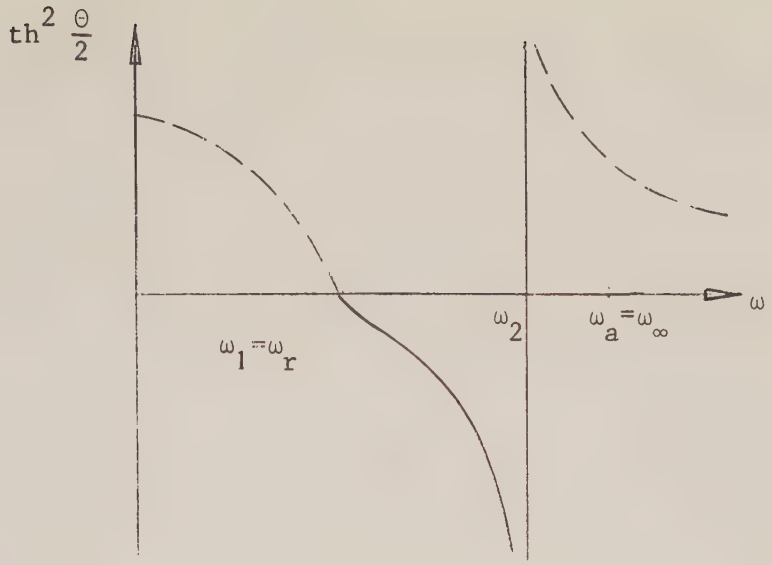
ω_2 est la pulsation d'antirésonance des bras série et dérivati mis en parallèle. Cette propriété de l'une des fréquences de coupure est générale pour les 1/2 cellules de filtre en échelle.

Compte tenu de (6), les expressions de Z_Π , Z_T et th $\frac{\Theta}{2}$ s'écrivent :

$$(7)\quad \left|\begin{array}{l} Z_\Pi = \dfrac{1}{\omega\sqrt{C'\,(C_o + C')}} \times \sqrt{\dfrac{\omega^2 - \omega_1^2}{\omega_2^2 - \omega^2}} \\ Z_T = \dfrac{1}{C_o\omega\,(\omega_a^2 - \omega_1^2)} \sqrt{\dfrac{C' + C_o}{C'}} \times \sqrt{(\omega^2-\omega_1^2)\,(\omega_2^2 - \omega^2)} \\ \text{th}\,\dfrac{\Theta}{2} = \sqrt{\dfrac{C'}{C_o + C'}} \times \sqrt{\dfrac{\omega_1^2 - \omega^2}{\omega_2^2 - \omega^2}} \end{array}\right.$$







Variation de Z_Π, Z_T et $th^2 \frac{\Theta}{2}$ en fonction de ω.

——— bande passante | Z_T et Z_Π réelles ; $th \frac{\Theta}{2}$ imaginaire

------- bande atténuée | Z_T et Z_Π imaginaires ; $th \frac{\Theta}{2}$ réelle

Dans la bande passante, l'exposant de transfert est imaginaire pur.

En posant $\frac{\Theta}{2} = j\,\alpha$, $\beta = \frac{C'}{C_o}$ on obtient l'expression de tg α

(8) $$tg\ \alpha = \sqrt{\frac{\beta}{1+\beta}} \sqrt{\frac{\omega^2 - \omega_1^2}{\omega_2^2 - \omega^2}}$$

En différentiant (8) et en effectuant quelques changements de variables, on exprime le temps de propagation par la relation : fig. I.1.

(9) $$\tau p = \frac{d\alpha}{d\omega} = 2 \sqrt{\beta(1+\beta)} \quad \frac{\left(\frac{1}{\Delta\omega} + \frac{x}{2\omega_o}\right)}{\sqrt{1 - x^2}\,(2\beta + 1 - x)}$$

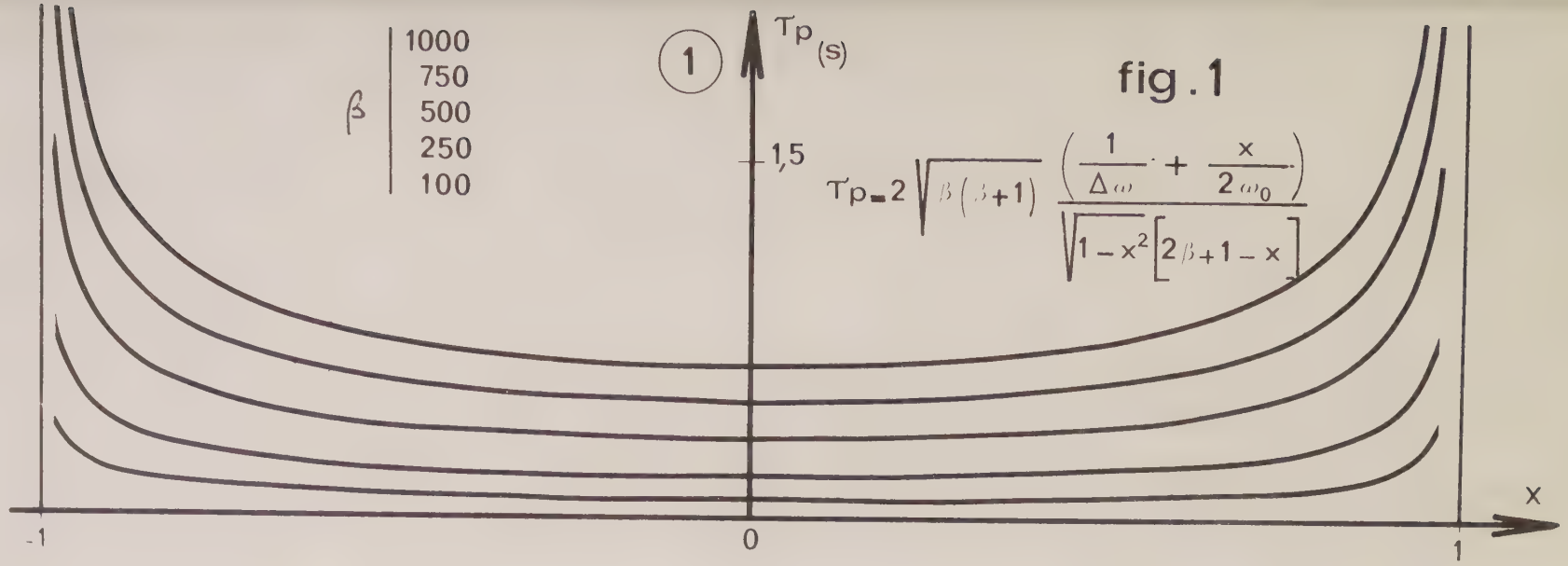
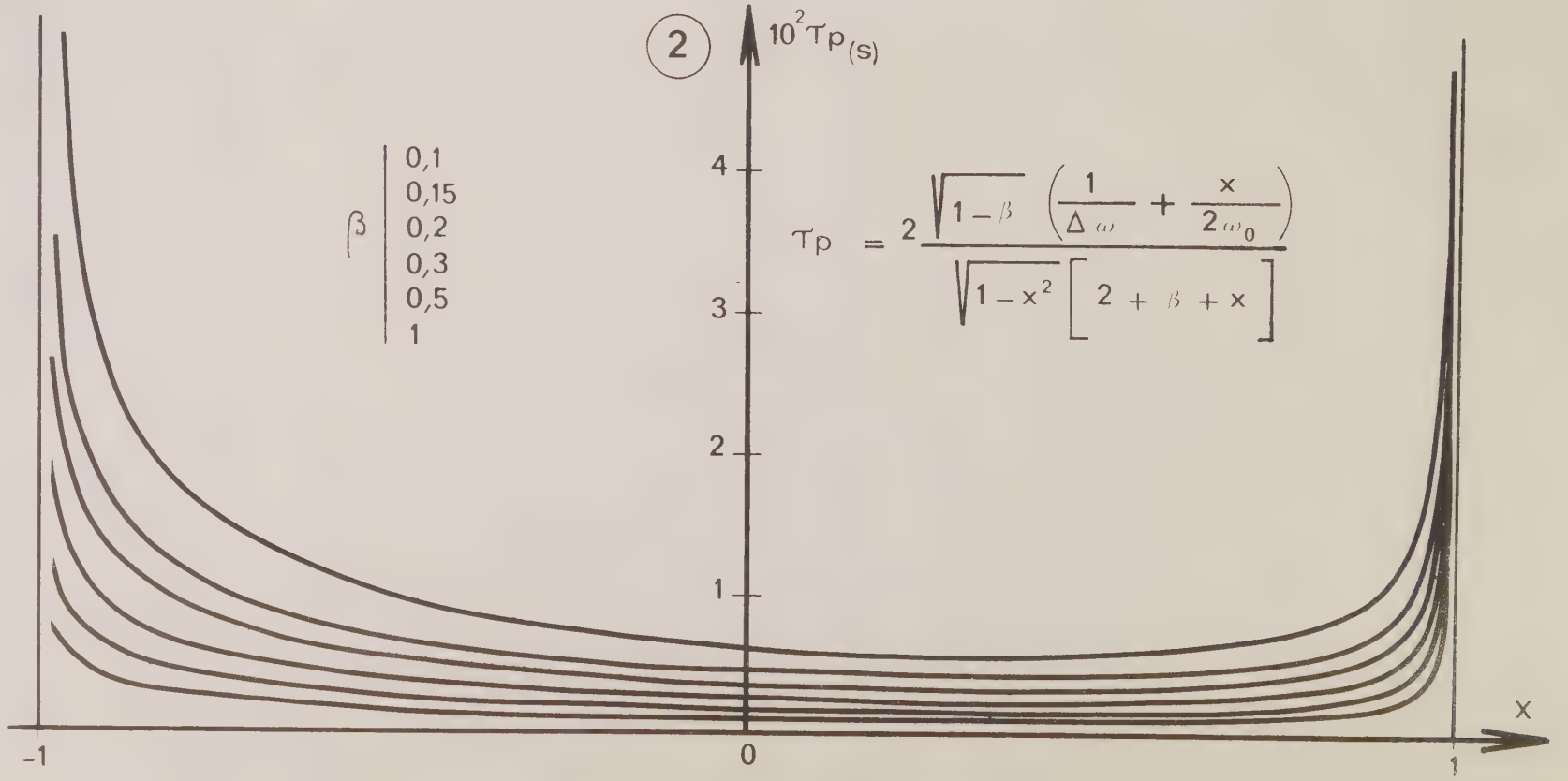


fig.1

$$Tp = 2\sqrt{\beta(\beta+1)}\;\frac{\left(\frac{1}{\Delta\omega}+\frac{x}{2\omega_0}\right)}{\sqrt{1-x^2}\left[2\beta+1-x\right]}$$



$$Tp = 2\frac{\sqrt{1-\beta}\;\left(\frac{1}{\Delta\omega}+\frac{x}{2\omega_0}\right)}{\sqrt{1-x^2}\left[2+\beta+x\right]}$$

Expression dans laquelle les nouvelles variables définissent :

(10)

$$\omega_o^2 = \frac{\omega_2^2 + \omega_1^2}{2}$$ fréquence centrale du filtre

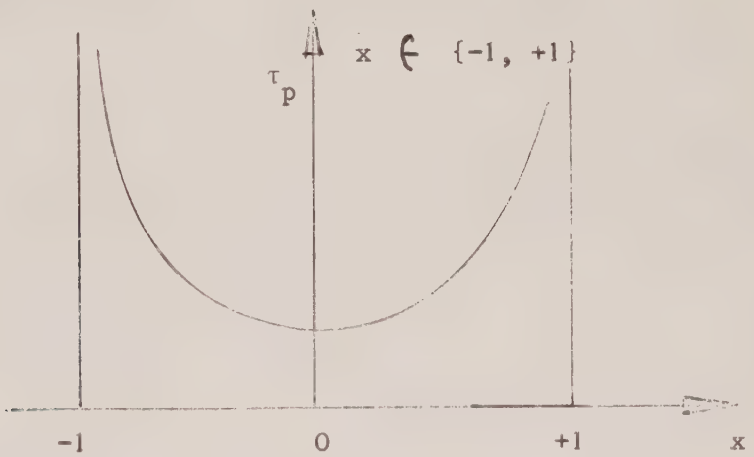
$$\frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2} = \omega_o \Delta\omega$$ largeur de bande du filtre

$$\omega - \omega_o = \delta\omega$$ écart entre la fréquence de travail et la fréquence centrale du filtre

$$\omega_1^2 = \omega_o^2 - \omega_o \Delta\omega$$ fréquence de coupure inférieure

$$\omega_2^2 = \omega_o^2 + \omega_o \Delta\omega$$ fréquence de coupure supérieure

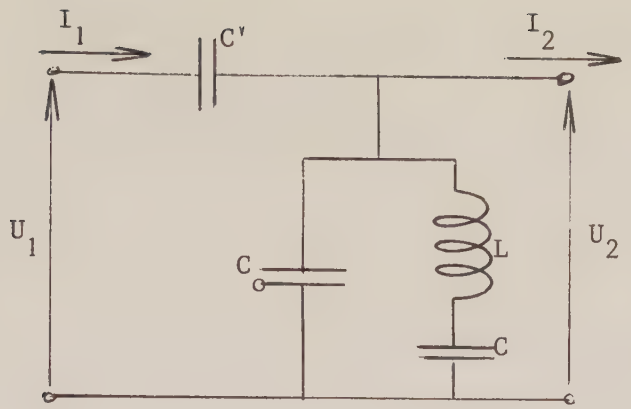
$x = \frac{2\delta\omega}{\Delta\omega}$ variable réduite $\quad \omega^2 \in \{\omega_1^2, \omega_2^2\}$



(9) montre que lorsque $x \to \pm 1$ le temps de propagation tend vers l'infini.

2 - Oscillateur du type Miller

Le filtre de réaction utilise des demi-cellules comportant un cristal dans le bras dérivation et une capacité dans le bras série.



Les admittances des bras sont, en gardant les notations précédentes :

$$(11)\quad \left|\begin{array}{ll} \text{bras série} & : \quad Y = j\,C'\,\omega \\ \text{bras dérivation} & : \quad Y' = j\omega(C+C_o)\,\dfrac{1-\left(\dfrac{\omega}{\omega_a}\right)^2}{1-\left(\dfrac{\omega}{\omega_r}\right)^2} \end{array}\right.$$

On peut donc déduire les impédances images Z_T et Z_Π et l'exposant de transfert sur images $\frac{\Theta}{2}$ de la demi-cellule :

$$(12)\quad \left|\begin{array}{l} Z_T = \dfrac{1}{\omega C'}\sqrt{\dfrac{C_o+C'}{C_o}}\sqrt{\dfrac{\dfrac{C'+C_o+C}{C'+C_o}\,\omega_r^2-\omega^2}{\omega^2-\omega_a^2}} \\ Z_\Pi = \dfrac{\omega_r^2-\omega^2}{\omega\sqrt{C_o\,(C'+C_o)}}\,\dfrac{1}{\sqrt{(\omega^2-\omega_a^2)\left(\dfrac{C'+C_o+C}{C'+C_o}\,\omega_r^2-\omega^2\right)}} \\ \text{th}\,\dfrac{\Theta}{2} = \sqrt{\dfrac{C_o}{C_o+C'}}\sqrt{\dfrac{\omega_a^2-\omega^2}{\dfrac{C'+C_o+C}{C'+C_o}\,\omega_r^2-\omega^2}} \end{array}\right.$$

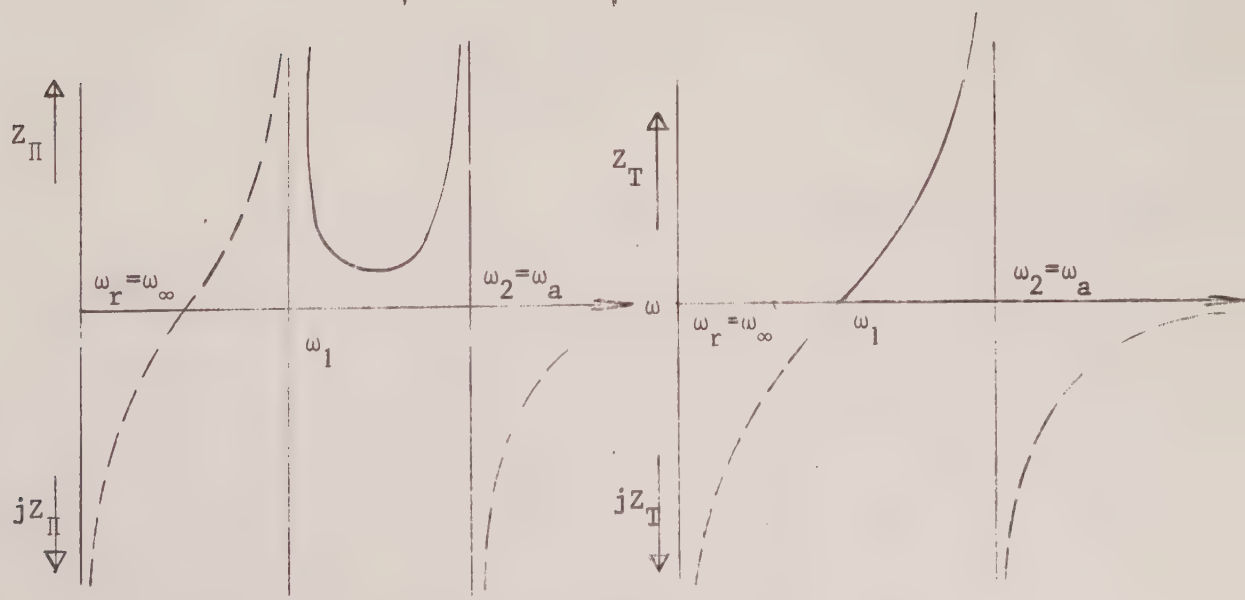
Des expressions Z_T et Z_Π on déduit les pulsations de coupure

$$(13)\quad \left|\begin{array}{l} \omega_1 = \omega_r \sqrt{\dfrac{C+C_o+C'}{C'+C_o}} \quad \text{ou} \quad \omega_1^2 = \dfrac{1}{L}\left(\dfrac{1}{C}+\dfrac{1}{C_o+C'}\right) \\ \omega_2 = \omega_a \end{array}\right.$$

ω_1 est la pulsation d'antirésonance des bras série et dérivation mis en parallèle.

Compte tenu de (13) les expressions Z_Π , Z_T et $\text{th}\,\frac{\Theta}{2}$ s'écrivent :

$$(14)\quad \left|\begin{array}{l} Z_\Pi = \dfrac{\omega_r^2 - \omega^2}{\omega\sqrt{C_o\,(C'+C_o)}} \times \dfrac{1}{\sqrt{(\omega_1^2-\omega^2)\,(\omega^2-\omega_2^2)}} \\ Z_T = \dfrac{1}{\omega C'}\sqrt{\dfrac{C'+C_o}{C'}} \times \sqrt{\dfrac{\omega^2-\omega_1^2}{\omega_2^2-\omega^2}} \\ \text{th}\,\dfrac{\Theta}{2} = \sqrt{\dfrac{C_o}{C_o+C'}} \times \sqrt{\dfrac{\omega_2^2-\omega^2}{\omega_1^2-\omega^2}} \end{array}\right.$$



Variation de Z_Π, Z_T et $\text{th}^2\,\frac{\Theta}{2}$ en fonction de ω

———	bande passante	Z_Π et Z_T réelles th $\frac{\Theta}{2}$ imaginaire
------	bande atténuée	Z_T et Z_Π imaginaires th $\frac{\Theta}{2}$ réelle

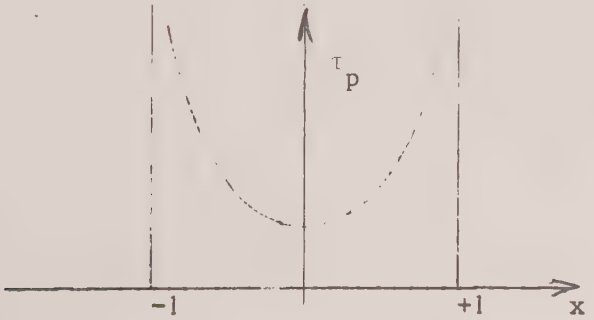
Dans la bande passante, l'exposant de transfert est imaginaire pur, d'où :

$$(15) \qquad \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\sqrt{1+\beta}} \sqrt{\frac{\omega_2^2 - \omega^2}{\omega^2 - \omega_1^2}}$$

On calcule comme précédemment le temps de propagation τ_p sur images (Fig. I 2).

$$(16) \qquad \tau_p = \frac{2\sqrt{1+\beta}\left(\frac{1}{\Delta\omega} + \frac{x}{2\omega_o}\right)}{\sqrt{1-x^2}\,(2+\beta+x)}$$

(16) montre que lorsque $x \to \pm 1$ le temps de propagation sur images tend vers l'infini.



3 - Conclusion

D'après l'étude précédente, on constate donc que le retard à la propagation de l'onde synchronisante dans le filtre de réaction augmente, lorsque sa fréquence s'écarte de la fréquence centrale du filtre. Dans le cas des filtres chargés par leurs impédances images, le retard à la propagation de l'onde synchronisante devient infini pour les fréquences de coupure du filtre ($x = \pm 1$) d'où l'impossibilité de synchroniser l'oscillateur dans une plage de fréquence supérieure à la bande passante de son filtre de réaction.

Bien que, pratiquement, les filtres soient toujours dissipatifs et chargés par leurs impédances images pour une ou deux fréquences, on peut considérer que la notion de temps de propagation permet de donner une explication physique des phénomènes observés.

Si la fréquence de l'oscillation synchronisante se situe dans la bande passante du filtre de réaction, le battement produit par l'interaction des deux ondes en présence peut se propager d'où un accrochage possible de l'oscillateur sur la fréquence extérieure imposée (à condition que le niveau de l'oscillation synchronisante par rapport au niveau de l'oscillation libre soit supérieur au seuil de synchronisation pour un écart de fréquence donné). Le temps nécessaire à l'accrochage dépend d'ailleurs de l'écart de fréquence entre les deux oscillations mises en présence. Si la fréquence de l'oscillation "synchronisante" est voisine d'une des fréquences de coupure, le temps de propagation de l'onde résultante devient infini. On a alors un phénomène de modulation de l'oscillation libre par l'oscillation "synchronisante". En effet, dans le filtre de réaction, seule l'oscillation libre se propage, l'oscillation "synchronisante" modulant alors le point de fonctionnement de l'élément actif.

III - OSCILLATION FORCEE D'UN QUARTZ

S O M M A I R E

A - Méthode du courant dans le quartz

1 - Principe de la mesure

2 - Résultats et conclusion

B - Méthode du "Q mètre"

1 - Principe de la mesure

2 - Détermination du coefficient de qualité du quartz

3 - Résultats et conclusion

C - Equation du type Duffing

III - OSCILLATION FORCEE D'UN QUARTZ

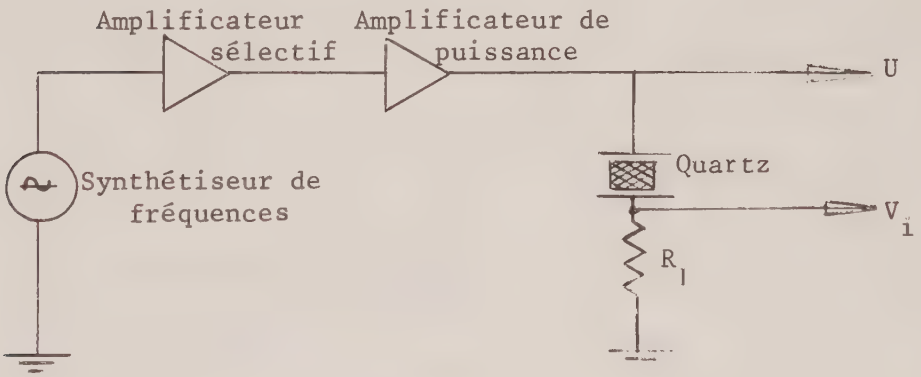
L'étude analytique de tout système non-linéaire implique que l'on connaisse parfaitement toutes les non linéarités qui affectent les éléments du circuit. Dans le cas des oscillateurs à quartz du type Pierce et Miller il s'avère nécessaire de mettre en évidence les non linéarités dûes au quartz. Pour les évaluer on utilise deux méthodes :

- Méthode du courant dans le quartz
- Méthode du Q mètre

A - Méthode du courant dans le quartz

1 - Principe de la mesure

On utilise le montage suivant :



Le quartz est monté en série avec une résistance R_1 << R ($R \geqslant 10\ R_1$) qui permet de mesurer une tension proportionnelle au courant dans le quartz. Lorsque l'on vobule en fréquence l'impédance de charge de l'amplificateur varie dans de grandes proportions (résonance série résonance parallèle : circuit bouchon).

Pour augmenter la précision des résultats il faut que la tension de sortie de l'amplificateur de puissance soit constante quelque soit la charge. L'erreur commise sur la mesure est donnée par :

$$\frac{\Delta U}{E} = \frac{\rho_1}{R_1 + R + \rho_1}$$

ρ_1 : impédance de sortie de l'amplificateur de puissance
R : résistance série du quartz à la résonance
R_1 : résistance donnant l'image du courant dans le quartz

Exemples numériques pour deux cas extrêmes :

Quartz SAT FRE coupe Y : $\rho_1 = 3\Omega$ $R_q \# 300\ \Omega \Rightarrow \frac{\Delta U}{E} \leqslant 1\ \%$

Quartz LPE coupe X + 5° : $\rho_1 \# 50\ \Omega$ $R_q = 1500\ \Omega \Rightarrow \frac{\Delta U}{E} \leqslant 3\ \%$

A la résonance physique, le courant et la tension sont en phase en première approximation, si $R_q << \frac{1}{C_o \omega}$

(quartz LPE - SAT $C_o \# 8$ pF

$$\frac{1}{C_o \omega} = 200\ k\Omega \quad R \leqslant 2\ 000\ \Omega$$

2 - Résultats et conclusion

a) Résultats expérimentaux

On mesure pratiquement le défaut d'isochronisme et la variation de la résistance motionnelle en fonction du courant ou de la puissance dissipée dans des quartz : LPE coupe X + 5° et SAT coupe Y.

- Quartz LPE coupe X + 5°

La figure 2 donne l'évolution du courant dans le quartz en fonction de la fréquence lorsque l'amplitude de la tension d'excitation augmente. On remarque que la fréquence de résonance diminue lorsque le niveau d'excitation augmente. Ce qui traduit un défaut d'isochronisme

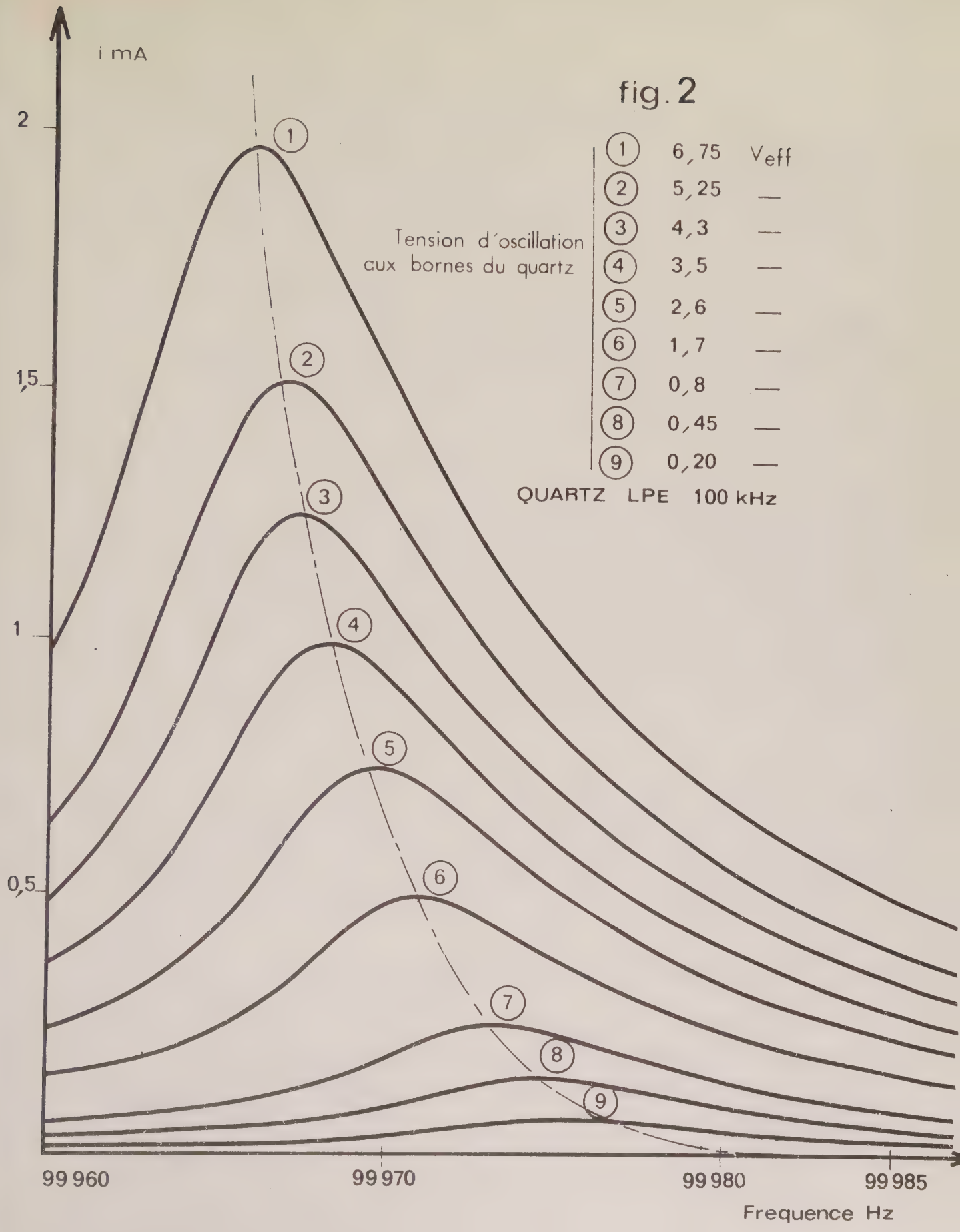


fig. 2

Tension d'oscillation aux bornes du quartz

1	6,75	V_{eff}
2	5,25	—
3	4,3	—
4	3,5	—
5	2,6	—
6	1,7	—
7	0,8	—
8	0,45	—
9	0,20	—

QUARTZ LPE 100 kHz

que l'on représente sur les figures 3 et 4.

On constate également que la variation du courant maximum n'est pas proportionnelle à la variation de la tension d'excitation, ce qui entraîne une variation de résistance représentée sur la figure 5.

- Quartz SAT coupe Y

La figure 6 groupe le défaut d'isochronisme et la variation de résistance motionnelle en fonction du courant ou de la puissance dissipée dans le quartz.

b) Conclusion

Des courbes expérimentales précédentes, on constate que, dans les coupes X et Y, la fréquence de résonance diminue lorsque la tension augmente, ceci dans des proportions qui dépendent du milieu dans lequel le quartz est placé et du type de suspension. En règle générale, la résistance série R_q augmente avec la puissance dissipée. Il est donc légitime de penser que le coefficient de qualité du quartz diminue avec la puissance dissipée. Toutefois, on ne peut pas tirer à priori de loi de variation.

En effet, avec le même quartz, on peut obtenir des résultats extrêmement différents suivant le domaine d'utilisation. Les variations de résistance observées, sur des quartz vierges de toute rémanence, mettent en évidence trois régions (figures 4, 5 et 6-1) dont les frontières dépendent du type de quartz considéré :

- faibles niveaux : $\frac{\Delta R}{R}$ est proportionnelle à la racine carrée du courant.

LPE coupe X + 5 $\quad i \in \{ 0 - 1,2 \text{ mA} \}$

SAT coupe Y $\quad i \in \{ 0 - 0,5 \text{ mA} \}$

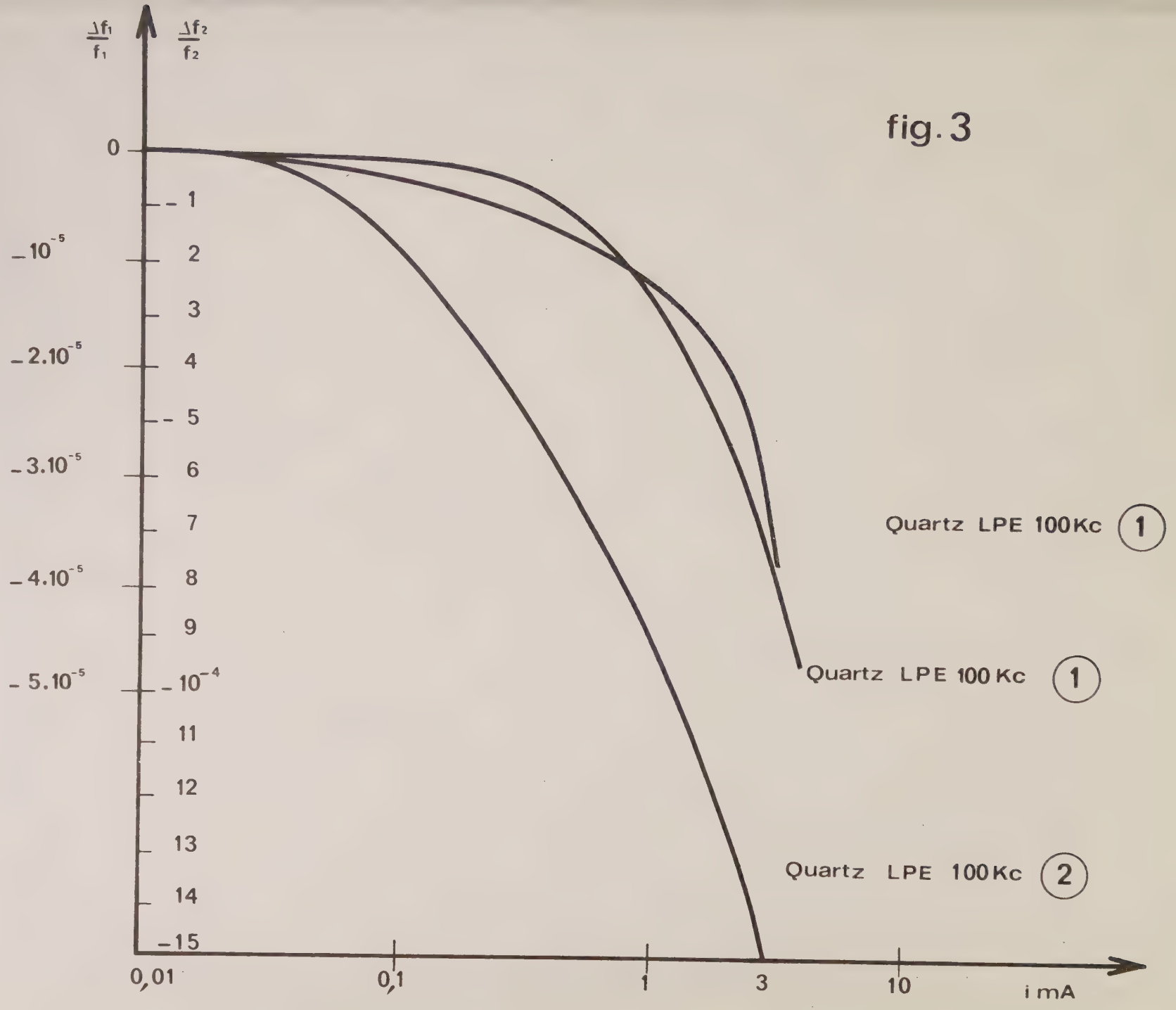

Δf1/f1
Δf2/f2
fig. 3
0
- 1
2
3
- 10⁻⁵
- 2.10⁻⁵
4
- 5
- 3.10⁻⁵
6
7
- 4.10⁻⁵
8
9
- 5.10⁻⁵
- 10⁻⁴
11
12
13
14
-15
0,01
0,1
1
3
10
i mA
Quartz LPE 100Kc (1)
Quartz LPE 100Kc (1)
Quartz LPE 100Kc (2)

fig. 4

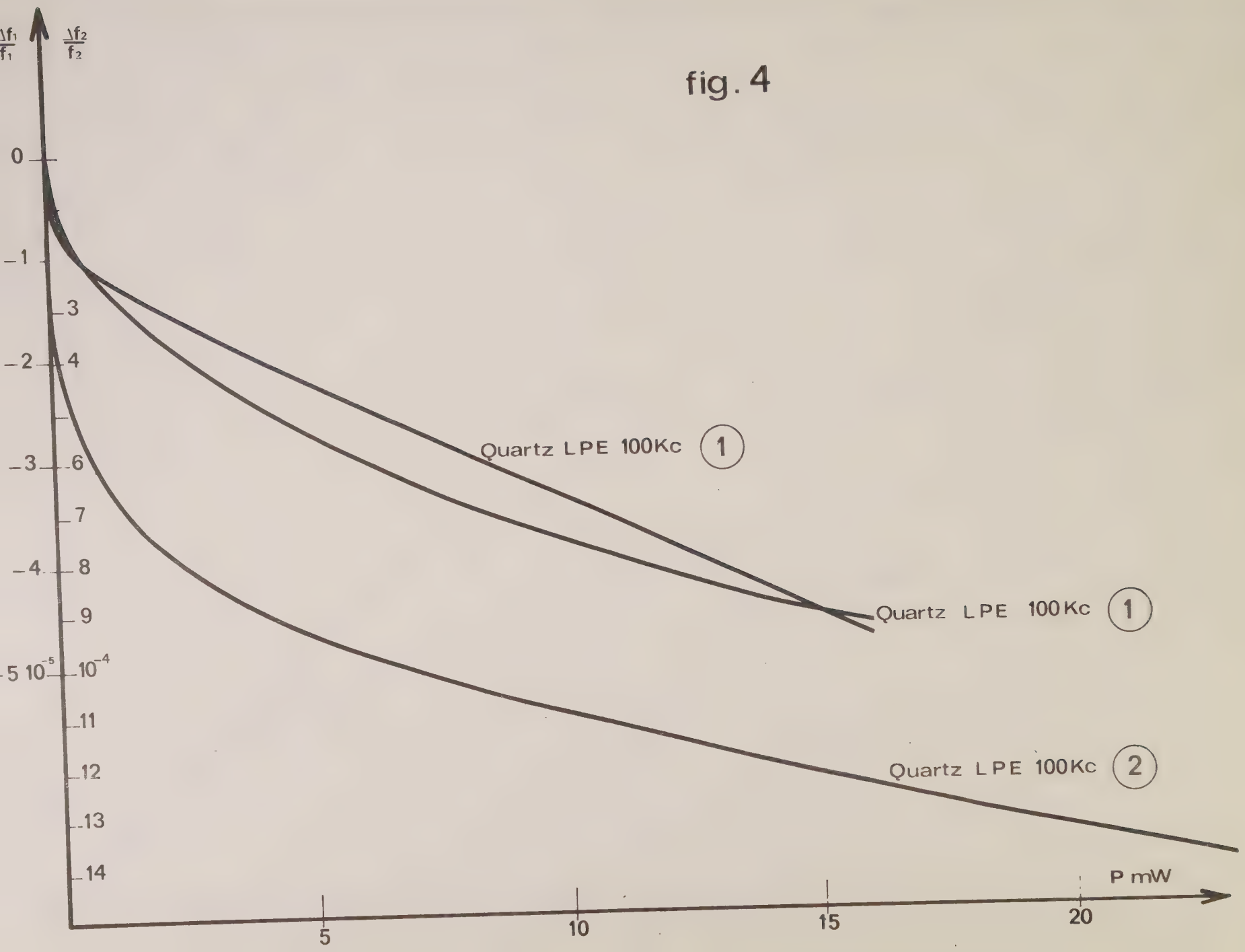
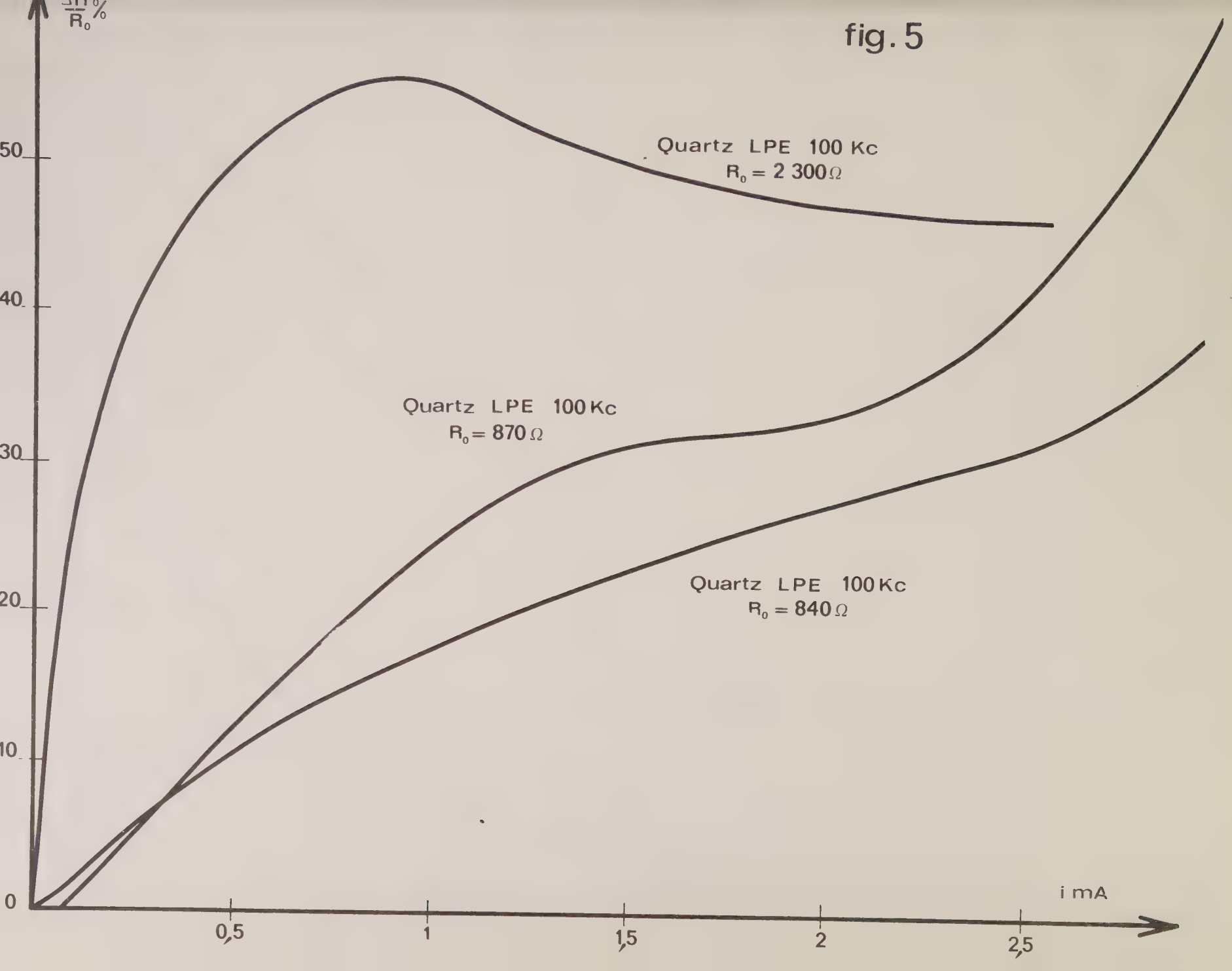

$\frac{\Delta f_1}{f_1}$
$\frac{\Delta f_2}{f_2}$
0
-1
-2
-3
-4
-5 10^{-5}
3
4
6
7
8
9
10^{-4}
11
12
13
14
Quartz LPE 100Kc (1)
Quartz LPE 100Kc (1)
Quartz LPE 100Kc (2)
P mW
5
10
15
20

fig. 5


$\frac{\Delta R}{R_0}$ %
50
40
30
20
10
0
Quartz LPE 100 Kc
$R_0 = 2\,300\,\Omega$
Quartz LPE 100 Kc
$R_0 = 870\,\Omega$
Quartz LPE 100 Kc
$R_0 = 840\,\Omega$
i mA
0,5
1
1,5
2
2,5

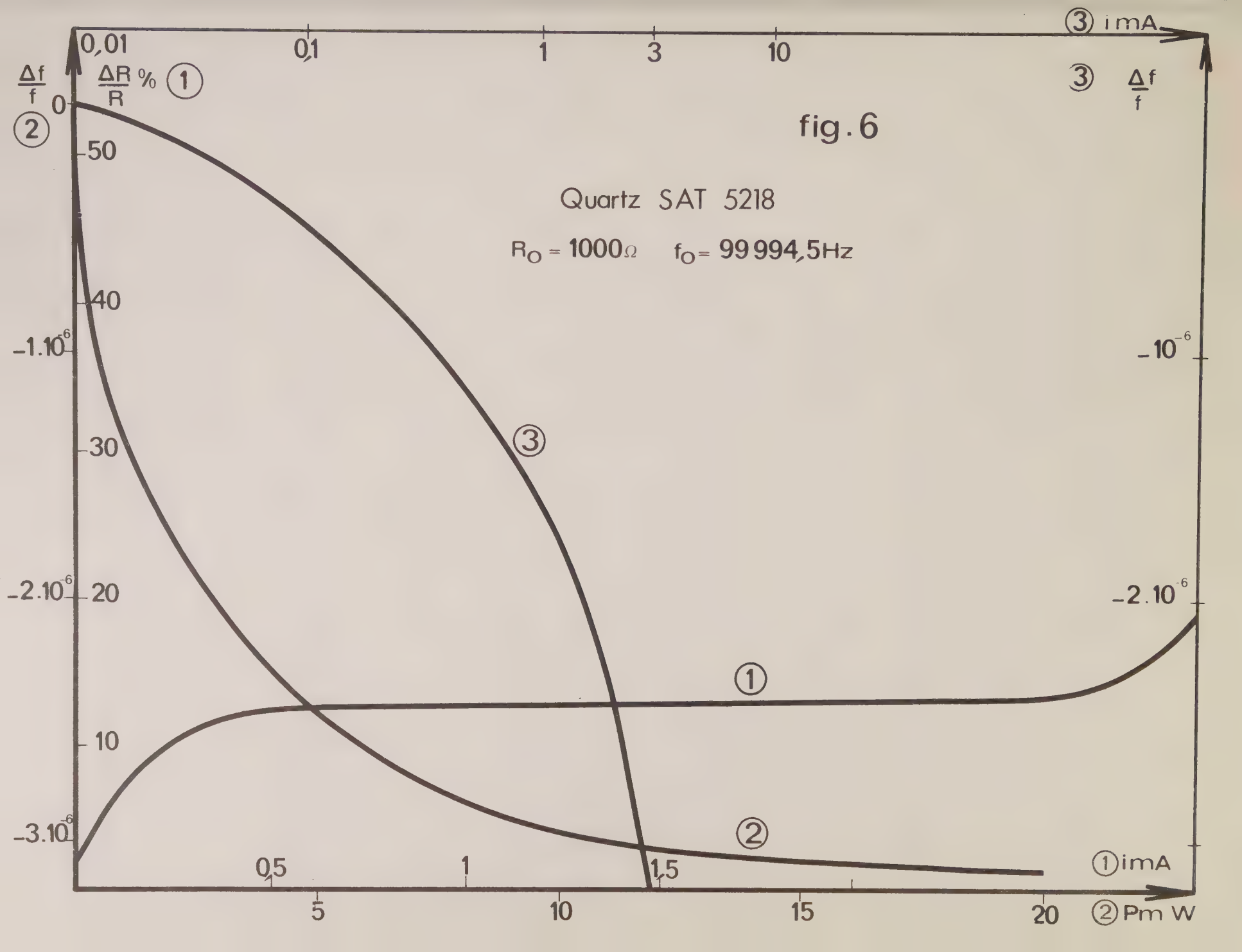


fig. 6
Quartz SAT 5218
R_O = 1000Ω f_O = 99994,5Hz
0,01
0,1
1
3
10
③ imA
$\frac{\Delta f}{f}$
$\frac{\Delta R}{R}$ %
①
②
③
0
50
40
30
20
10
-1.10^{-6}
-2.10^{-6}
-3.10^{-6}
-10^{-6}
-2.10^{-6}
0,5
1
1,5
5
10
15
20
① imA
② Pm W

- niveaux intermédiaires : $\frac{\Delta R}{R}$ est constante quelque soit la valeur du courant.

LPE coupe X + 5 $\quad i \in \{ 1,2 \text{ à } 2 \text{ mA} \}$

SAT coupe Y $\quad i \in \{ 0,5 \text{ à } 2,5 \text{ mA} \}$

- niveaux supérieurs : $\frac{\Delta R}{R}$ est proportionnelle au carré du courant.

LPE coupe X + 5 $\quad i > 2 \text{ mA}$

SAT coupe Y $\quad i > 2,5 \text{ mA}$

On remarque que pour des niveaux d'excitation très faibles la résistance apparente du quartz diminue. Ce phénomène peut s'expliquer, en partie, par le fait que l'énergie apportée au quartz est inférieure à l'énergie minimale d'entrainement.

En considérant, que la variation du courant dans le quartz autour de la fréquence de résonance est dûe à la variation de l'impédance motionnelle, on peut déterminer en première approximation le sens de variation de son coefficient de qualité en appliquant la formule :

$$Q = \frac{f_o}{\Delta f}$$

f_o = fréquence de courant maxi.

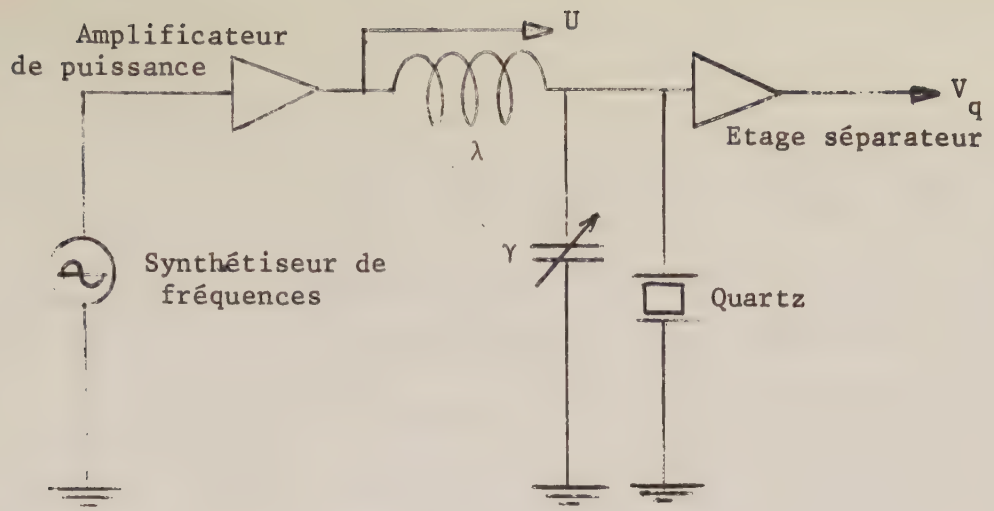
Δf = écart de fréquence à 3 dB

L'application de cette relation aux quartz étudiés nous montre que le coefficient de qualité diminue avec la puissance dissipée.

B - Méthode du "Q mètre"

1 - Principe de la mesure

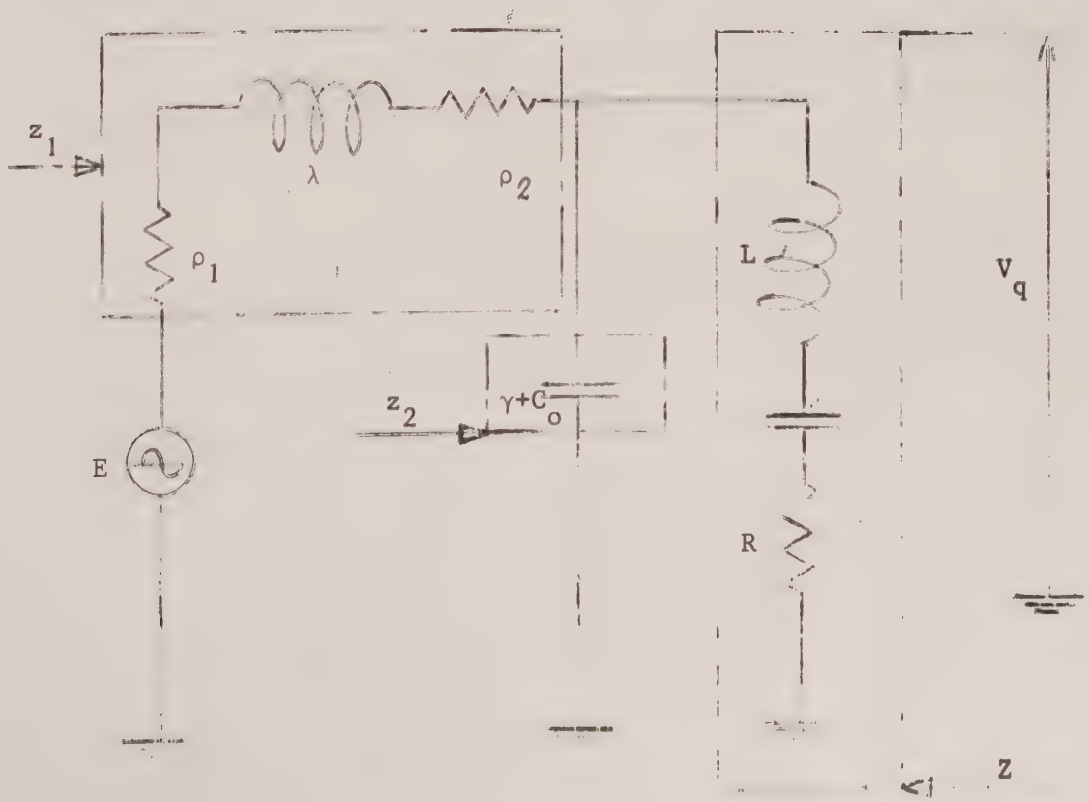
Cette méthode permet de mesurer la résistance série, le coefficient de qualité du quartz et la fréquence de résonance pour des tensions variables aux bornes du quartz, donc de mettre en évidence les non-linéarités.



Elle consiste à utiliser un circuit self capacité λ, γ fonctionnant à la résonance série. Le quartz monté en parallèle avec la capacité γ modifie le coefficient de qualité de cette dernière ainsi que la valeur effective de la capacité. L'amplificateur séparateur charge la capacité γ par une impédance constante quelque soit la sensibilité du millivoltmètre de sortie V_q.

2 - Détermination du coefficient de qualité du quartz

Du montage de principe, on déduit le schéma fonctionnel suivant :



E force électromotrice à vide de l'amplificateur de puissance

ρ_1 impédance de sortie de l'amplificateur de puissance

λ, ρ_2 caractéristique de la self auxiliaire

$\rho = \rho_1 + \rho_2$ résistance de la self équivalente à z_1

$\alpha = \frac{\lambda\omega_o}{\rho}$ coefficient de qualité de la self équivalente à z_1

$\gamma + C_o$ capacité équivalente accordant la self à la fréquence de résonance du circuit motionnel

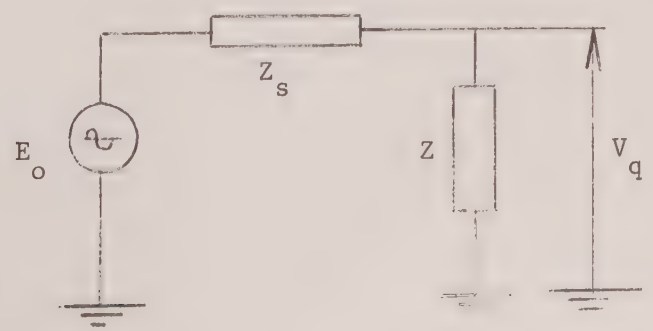
Z : impédance motionnelle propre au quartz en vibration

Le quartz ayant un coefficient de qualité supérieur à celui du circuit résonant série λ , $(\gamma+C_o)$ on peut négliger les variations d'impédances de ces dernières vis à vis de la variation d'impédance du circuit motionnel du quartz pour une variation de fréquence δf autour de la fréquence de résonance des deux circuits telle que :

$$\frac{\delta f}{f_o} \cdot Q \# 1$$

Dans le cas du quartz de qualité moyenne (LPE X + 5), on trouve lorsque $|Z|$ varie de 200%, des variations relatives de $|z_1|$ et $|z_2|$ de l'ordre de $\frac{1}{Q} << 10^{-4}$.

Les impédances z_1 et z_2 étant constantes le schéma fonctionnel de départ se réduit aisément à un générateur de force électromotrice $E_o = \frac{Ez_2}{z_1 + z_2}$ et d'impédance interne $Z_S = \frac{z_1 \ z_2}{z_1 + z_2}$ débitant sur l'impédance Z (valable au fond de la crevasse).

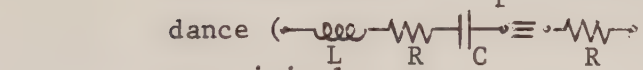


Le coefficient de qualité de la capacité $(\gamma+C_o)$ s'en déduit facilement :

$$q_1 = \frac{V_q}{E_o} = \frac{Z}{Z + Z_S}$$

En explicitant les valeurs des impédances Z et Z_S on trouve :

$$|q_1|^2 = \left|\frac{V_q}{E_o}\right|^2 = \frac{1 + Q^2 \left(\frac{\delta\omega}{\omega}\right)^2}{\left(1+ \frac{\rho\alpha^2}{R}\right)^2 + \left(Q \frac{\delta\omega}{\omega} - \frac{\rho\alpha}{R}\right)^2}$$

à la fréquence $f = f_r$ le coefficient de qualité est minimum car l'impédance () Z en parallèle sur la capacité $\gamma + C_o$ est minimale.

$$|q_{10}|^2 = \frac{1}{\left(1+ \frac{\rho\alpha^2}{R}\right)^2 + \left(\frac{\rho\alpha}{R}\right)^2}$$

En recherchant l'écart de fréquence δf qui entraine un coefficient de qualité $q_{11} = \sqrt{2}\, q_{10}$ on exprime en première approximation, le coefficient de qualité du quartz Q par la relation :

$$Q = \frac{\omega_r}{\delta\omega} \quad (2\text{-}1) \quad - 0\ (\varepsilon)$$

$$0(\varepsilon) = \frac{Q \frac{\delta\omega}{\omega} \left\{ 1+Q^2 \left(\frac{\delta\omega}{\omega}\right)^2 \right\} \left(Q \frac{\delta\omega}{\omega} - \frac{2\rho\alpha}{R}\right)}{2 \left\{\left(1 + \frac{\rho\alpha^2}{R}\right)^2 + \left(\frac{\rho\alpha}{R}\right)^2\right.}$$

est un infiniment petit que l'on chiffre à titre d'exemple pour deux cas extrêmes.

	Quartz LPE 100 kcs	Quartz SAT 100 kcs
$\rho\alpha$	2×10^3	2×10^3
α	100	100
R	2×10^3	4×10^2
Q	3×10^4	5×10^5
$Q \frac{\delta\omega}{\omega}$	1	1
$0(\varepsilon)$	$\leqslant 10^{-4}$	$\leqslant 10^{-8}$

L'erreur sur le calcul final est d'ailleurs minimale si la condition $R = 2 \rho\alpha$ est vérifiée. Dans tous les cas la précision sur la détermination du coefficient de qualité du quartz est donnée approximativement par son inverse.

3 - Résultats et conclusion

Les variations de résistance et de fréquence de résonance observées par cette méthode confirment les résultats trouvés par la méthode du courant dans le quartz. D'autre part la variation relative du coefficient de qualité calculée permet d'affirmer que dans le domaine de mesure considéré, la variation relative de la self motionnel est inférieure à 3%, Fig. 7, ce qui entraîne la conclusion :

$$\frac{\Delta Q}{Q} \# - \frac{\Delta R}{R}$$

Par conséquent, $\frac{\Delta\omega}{\omega}$ étant de l'ordre de 10^{-5}, on a :

$$\left|\frac{\Delta L}{L}\right| \# \left|\frac{\Delta C}{C}\right| \leqslant 3\%$$

Il semble donc, qu'en première approximation le produit du coefficient de qualité du quartz par sa résistance motionnelle soit constante à 3% près. (La conclusion semble être tout à fait différente dans le cas des oscillations libres).

C - Equation du type Duffing

L'étude des non linéarités dans un quartz met en évidence les variations de la résistance et de la fréquence de résonance en fonction de la puissance dissipée. En effet, le coefficient de frottement et le coefficient élastique ne sont pas indépendants de l'amplitude des vibrations, donc du niveau d'excitation.

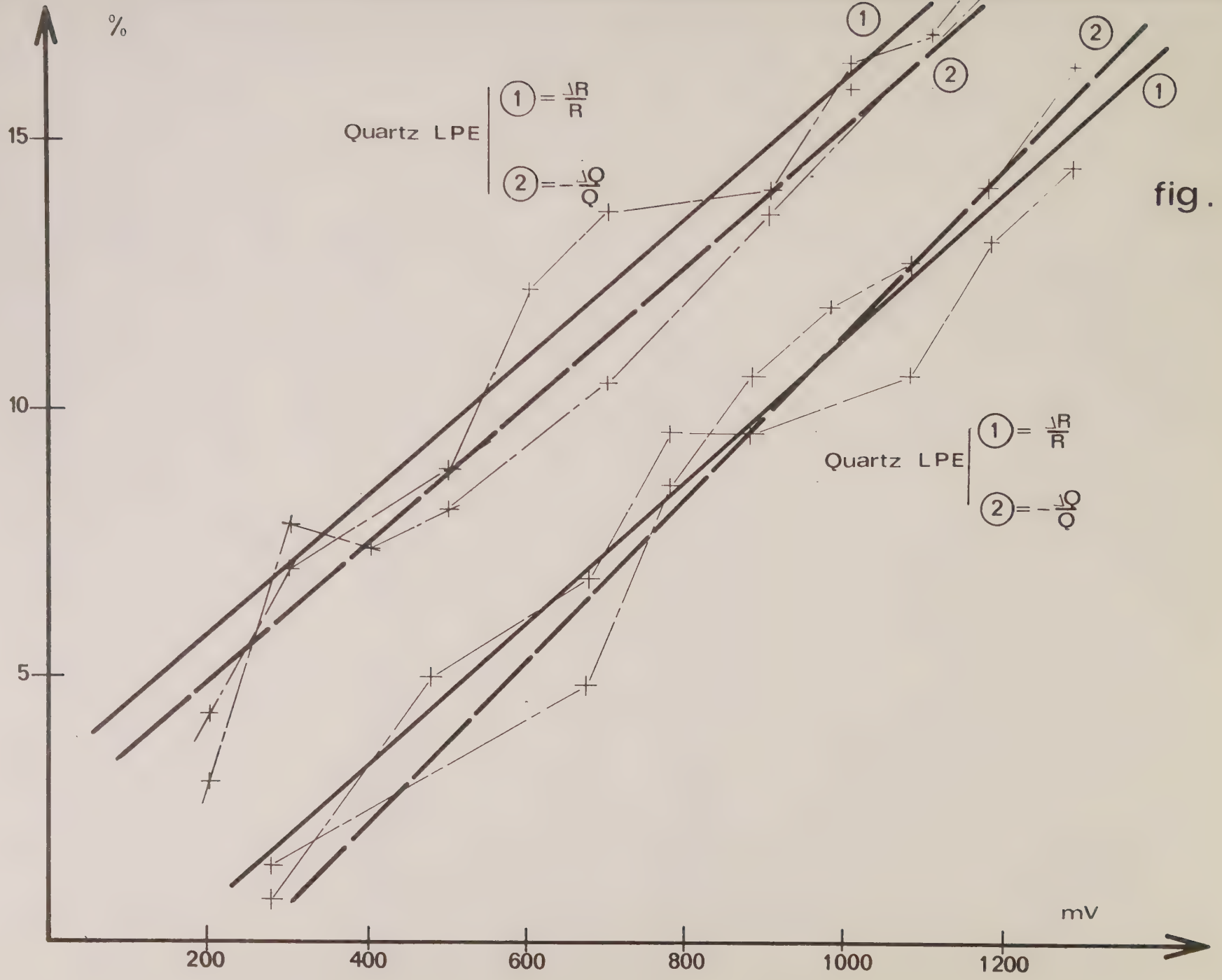
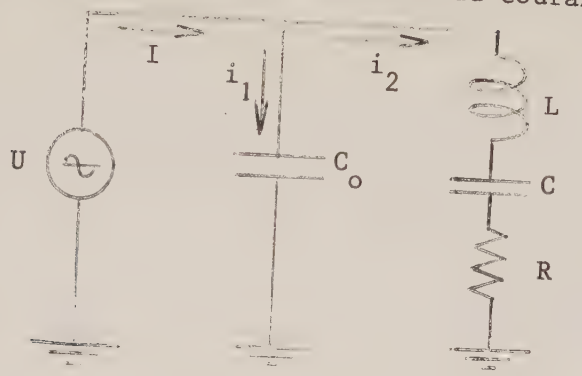

%
15
10
5
Quartz LPE
① = ΔR/R
② = −ΔQ/Q
Quartz LPE
① = ΔR/R
② = −ΔQ/Q
mV
200
400
600
800
1000
1200

fig. 7

L'étude analytique du courant dans la branche motionnelle en fonction de la tension appliquée aux bornes du quartz, autour de la fréquence de résonance série, nous donne l'équation représentative des phénomènes observés par la méthode du courant dans le quartz.



Pour une variation relative de fréquence $\frac{\Delta f}{f} \# 10^{-4}$ le courant i_1 peut être considéré comme constant vis-à-vis du courant i_2 qui subit une variation relative $>> 100\%$.

En posant $i_2 = \frac{dq}{dt}$, l'équation représentative du courant dans la branche motionnelle s'écrit :

$$(1) \quad \frac{1}{L} U = \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R(q')}{L} \frac{dq}{dt} + \omega^2 (q') \; q$$

Les expressions de R et ω sont des fonctions polynominales que l'on peut évaluer pour de grosses déformations par les relations : (quartz LPE $i > 1{,}2$ mA).

$$(2) \quad R(q) = R_o \left\{ 1 + \lambda \frac{(dq)}{dt}^2 \right\}$$

$$\omega^2 = \omega_r^2 \left\{ 1 + \gamma \frac{(dq)^2}{dt} \right\}$$

La théorie générale de la synchronisation permet de déterminer l'amplitude du courant et sa phase par rapport à celle de la tension d'entrée. Dans le cas d'un synchronisation harmonique, la tension d'entrée étant de la forme $U = E_o \cos \omega t$ avec $\omega \# \omega_r$, la charge électrique q solution de (1) est de la forme :
$q = Q \cos \omega t + \Psi)$.

$$(3) \quad \frac{1}{L}U = \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R_o}{L}\left\{1+\lambda\left(\frac{dq}{dt}\right)^2\right\} + \omega_r^2\left\{1+\gamma\left(\frac{dq}{dt}\right)^2\right\} q$$

En portant q, $\frac{dq}{dt}$, $\frac{d^2q}{dt^2}$ dans l'équation (3) on obtient les équations de synchronisation, l'une donnant l'amplitude Q, l'autre le déphasage Ψ.

La grandeur mesurée expérimentalement étant une intensité, on exprime donc ces deux équations en fonction du module de l'intensité et de sa phase définis par $I = \omega Q$ et $\varphi = \Psi + \Pi/2$.

$$(4) \quad \begin{cases} X^2 = \left\{I(\omega_r^2 - \omega^2) + \gamma \frac{\omega_r^2}{4} I^3\right\}^2 + 4\beta^2\omega^2 I^2 \left\{1+\frac{3}{4}\lambda I^2\right\}^2 \\ \operatorname{tg} \varphi = -\dfrac{\omega_r^2\left(1 + \frac{\gamma}{4} I^2\right) - \omega^2}{2\beta\omega\left(1 + \frac{3}{4}\lambda I^2\right)} \end{cases}$$

Equations dans lesquelles :

$$I = \omega Q \qquad 2\beta = \frac{R_o}{L} \qquad X = \frac{\omega E_o}{L}$$

Le calculateur analogique ANALAC 110 n'admettant pas de rapports supérieurs à 300 entre les différents calibres des monômes intervenant dans une équation, on considère le système d'équations suivant :

$$(5) \quad \begin{cases} X_o^2 = I^2\left\{-2\omega_r\Delta\omega + \frac{\gamma\omega_r^2}{4} I^2\right\}^2 + 4\beta^2\omega_r^2 I^2 \left\{1+\frac{3}{4}\lambda I^2\right\}^2 \\ \operatorname{tg} \varphi = \dfrac{-2\omega_r\Delta\omega + \frac{\gamma\omega_r^2}{4} I^2}{2\beta\omega_r\left\{1+\frac{3}{4}\lambda I^2\right\}} \end{cases}$$

Système dans lequel les différentes grandeurs intervenant ont pour valeurs dans le cas d'un quartz LPE X + 5°

$$(6) \quad \begin{cases} 2\beta = 40\ T^{-1} & I \in \{0,\ 3 \times 10^{-3}\}\ A \\ \lambda = 2 \times 10^{+5}\ A^{-2} & E_o \in \{0,\ 8\}\ V \\ \gamma = 80\ A^{-2} & X_o \in \{0,\ 10^5\}\ AT^{-2} \\ \omega_r = 2\Pi \times 10^5\ T^{-1} & \Delta\omega = \omega - \omega_r \in \{-100\ ,\ +100\}^{T-1} \end{cases}$$

L'influence de chaque non linéarité sur l'amplitude du cour est facile à mettre en évidence en étudiant les trois cas particulier suivants :

a) $\gamma = \lambda = 0$ (frottement et élasticité linéaires)

$$(7) \quad \left| \begin{array}{l} X_o^2 = 4\ \omega_r^2\ I^2\ (\Delta\omega^2 + \beta^2) \\ \\ \operatorname{tg}\ \varphi = -\ 2\ \dfrac{\Delta\omega Q}{\omega_r} \end{array} \right.$$

On retrouve les courbes de résonance classique d'un circuit résonant série, fig. 8.

b) $\gamma = 0$ (élasticité linéaire - frottement non linéaire)

$$(8) \quad \left| \begin{array}{l} X_o^2 = 4\ \omega_r^2\ \Delta\omega^2 I^2 + 4\beta^2\omega_r^2\ I^2\ (1+ \dfrac{3}{4}\ \lambda\ I^2)^2 \\ \\ \operatorname{tg}\ \varphi = -\ \dfrac{\Delta\omega}{\beta\ (1\ +\ \dfrac{3}{4}\ \lambda\ I^2)} \end{array} \right.$$

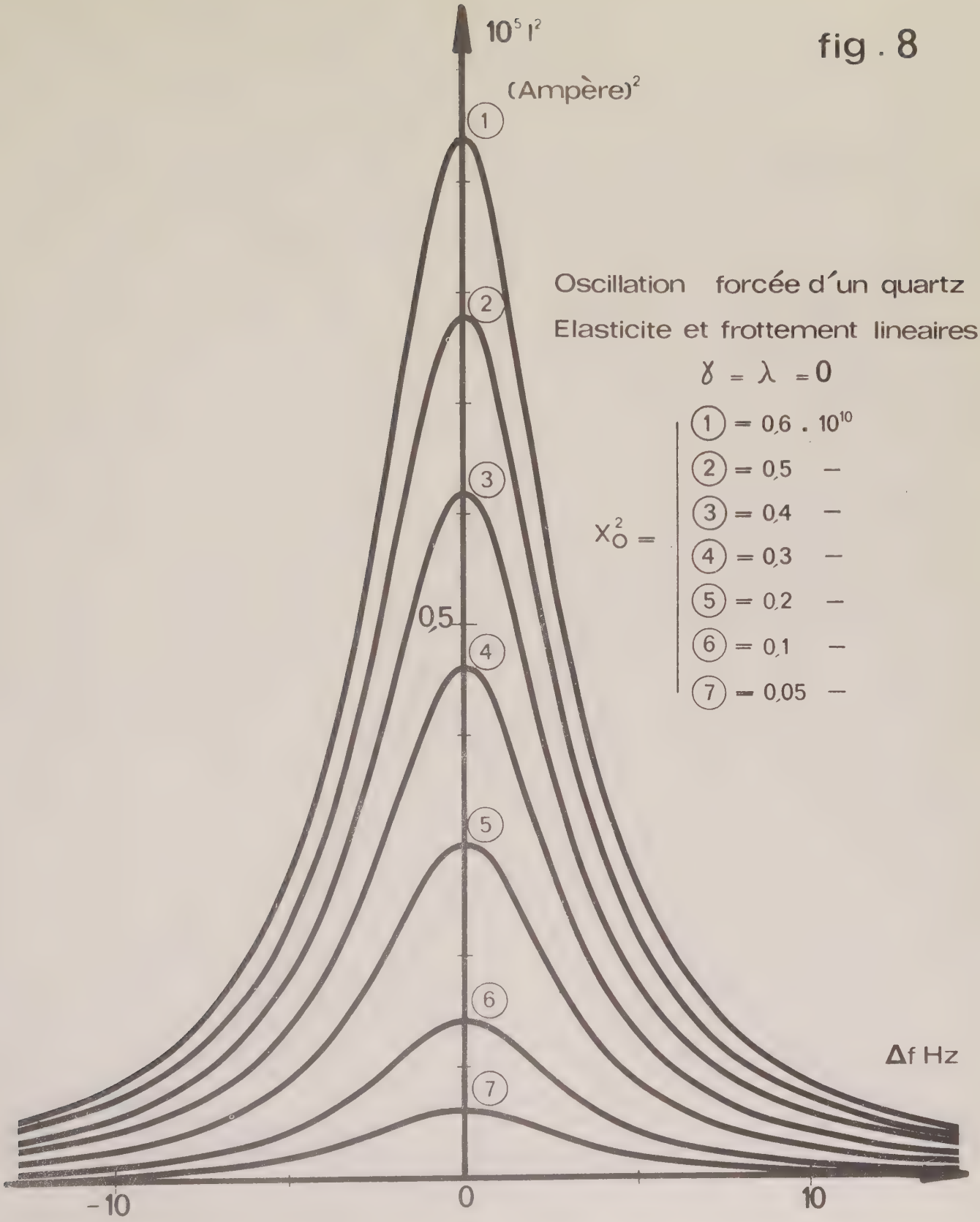
A niveau d'entrée E_o égal on retrouve la courbe de résonance d'un circuit résonant série mais avec un coefficient de qualité inférieur, puisque les pertes par frottement augmentent avec l'intensité. fig. 9.

c) $\lambda = 0$ (frottement linéaire - élasticité non linéaire) Fig. 1

$$(9) \quad \left| \begin{array}{l} X_o^2 = I^2\ \{-2\omega_r\ \Delta\omega + \dfrac{\gamma\omega_r^2}{4}\ I^2\}^2 + 4\beta^2\ \omega_r^2\ I^2 \\ \\ \operatorname{tg}\ \varphi = \dfrac{-2\omega_r\Delta\omega + \dfrac{\gamma\omega_r^2\ I^2}{4}}{2\ \beta\omega_r} \end{array} \right.$$

Le lieu des maxima est déformé puisque la fréquence de résonance du circuit dépend du niveau des vibrations. Lorsque le ni d'entrée dépasse la valeur de X_o^2 pour laquelle l'équation de synch sation admet une racine triple en I^2 on observe un phénomène de sau

fig . 8



Oscillation forcée d'un quartz

Elasticite et frottement lineaires

$\gamma = \lambda = 0$

$X_O^2 =$

(1) = 0,6 . 10^{10}

(2) = 0,5 —

(3) = 0,4 —

(4) = 0,3 —

(5) = 0,2 —

(6) = 0,1 —

(7) = 0,05 —

fig . 9

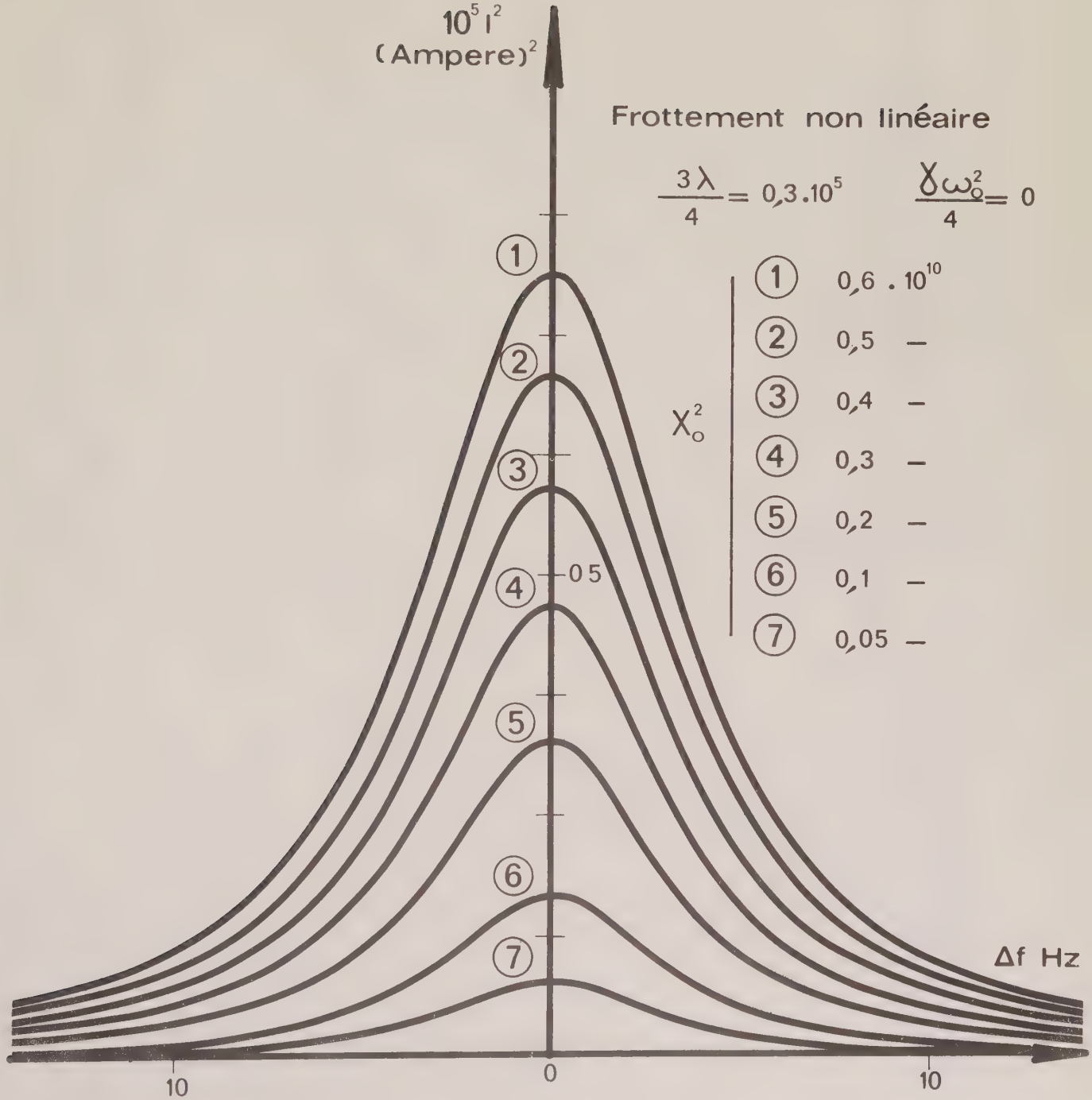
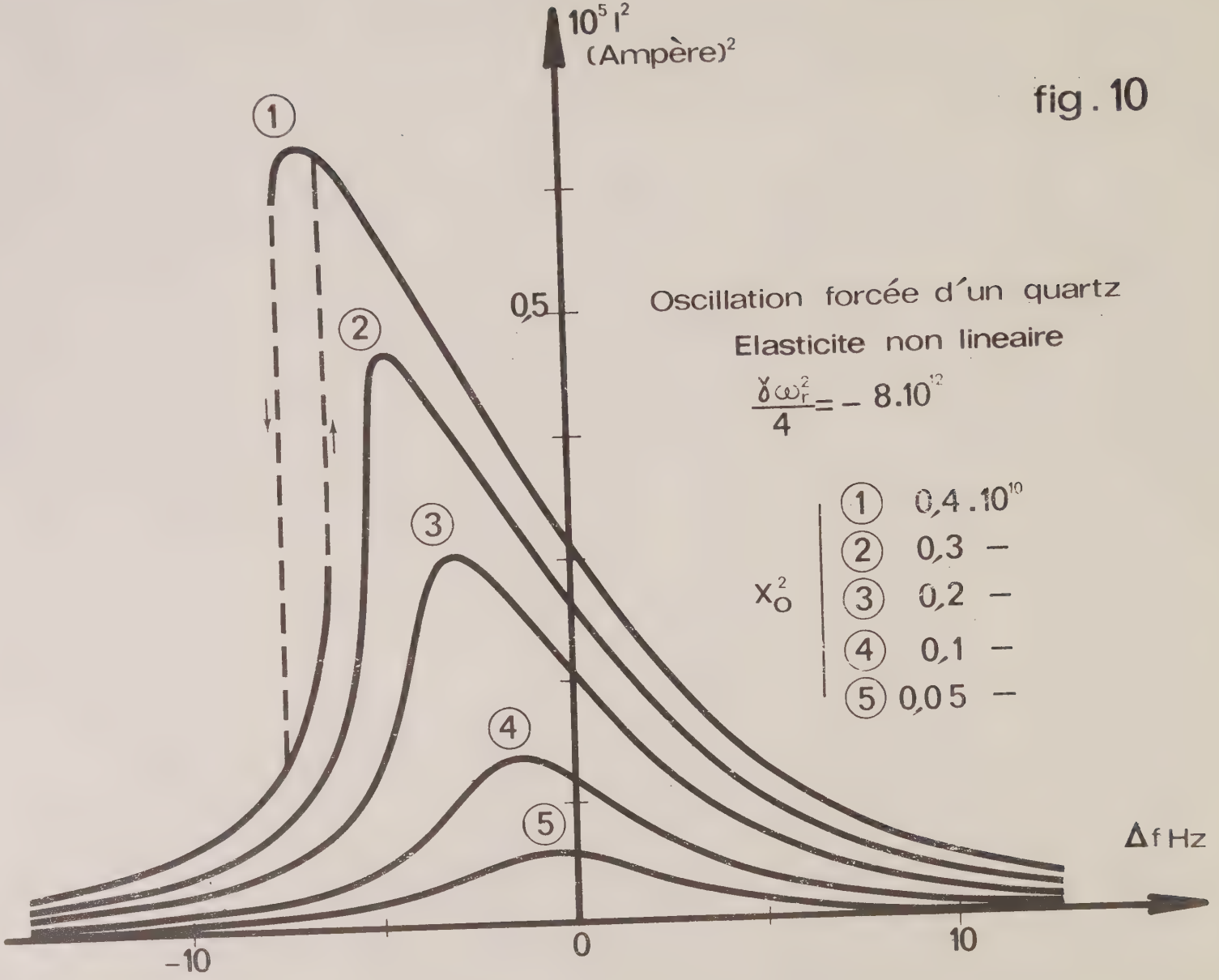

$10^5 I^2$
(Ampere)^2
Frottement non linéaire
$\frac{3\lambda}{4} = 0{,}3 \cdot 10^5$
$\frac{\gamma\omega_o^2}{4} = 0$
X_o^2
① 0,6 . 10^{10}
② 0,5 –
③ 0,4 –
④ 0,3 –
⑤ 0,2 –
⑥ 0,1 –
⑦ 0,05 –
0 5
Δf Hz
10
0
10

fig . 10


$10^5 I^2$
(Ampère)^2
0,5
Oscillation forcée d'un quartz
Elasticite non lineaire
$\frac{\gamma \omega_r^2}{4} = -8.10^{12}$
X_o^2
① 0,4 .10^{10}
② 0,3 –
③ 0,2 –
④ 0,1 –
⑤ 0,05 –
Δf Hz
-10
0
10

d'amplitude. Les figures 11 et 12 mettent en évidence l'action relat des non linéarités vis-à-vis du circuit résonant série linéaire

On observe, dans le cas d'une élasticité non linéaire, un saut discontinu d'amplitude en fonction de la fréquence, lorsque $\frac{d\omega^2}{dI^2}$

En différentiant et en simplifiant l'équation (4-1) on tr... la condition suivante :

$$(10) \quad I\left\{\left(\omega_r^2-\omega^2+\gamma\frac{\omega_r^2}{4}I^2\right)\left(\omega_r^2-\omega^2+\frac{3\gamma}{4}\omega_r^2 I^2\right)+4\beta^2\omega^2\left(1+\frac{3\lambda}{4}I^2\right)\left(1+\frac{9\lambda}{4}I^2\right)\right.$$

Outre la solution triviale I = 0, il faut que la quantité entre accolades soit nulle. La solution explicite de ω^2 en fonction d I^2 s'écrit en posant :

$$k^2 = 4\beta^2\left(1+\frac{3\lambda}{4}I^2\right)\left(1+\frac{9\lambda}{4}I^2\right)$$

$$(11) \quad \omega^2=\omega_r^2+\frac{\gamma\omega_r^2}{2}I^2-\frac{k^2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\gamma\omega_r^2}{4}I^2\frac{k^2}{2}\right)^2-k^2\omega_r^2\left(1+\frac{\gamma}{4}I^2\right)}$$

Cette courbe se situe dans la région comprise entre les deux hyperboles correspondantes à k = 0 (système non dissipatif) ... définit une zône d'instabilité :

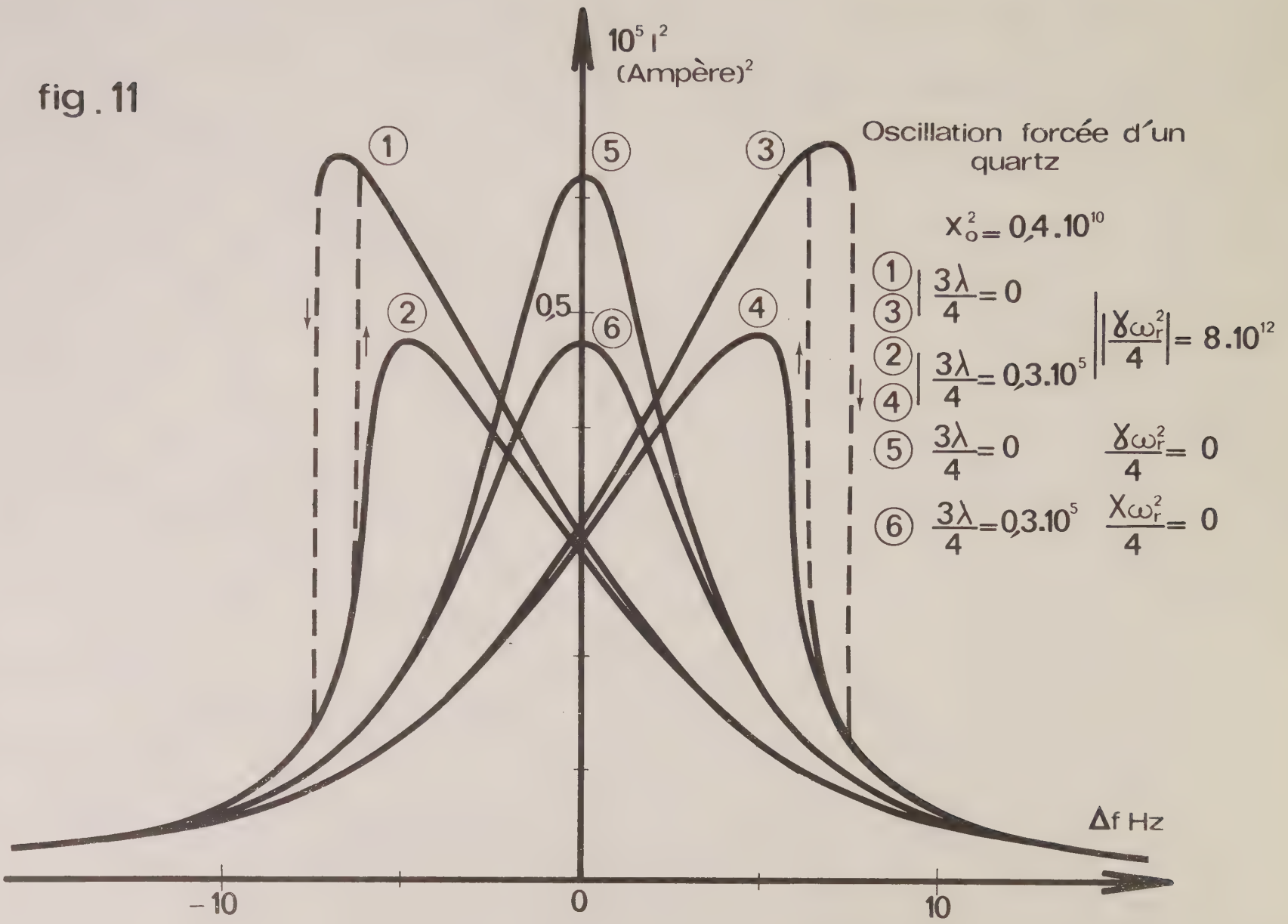
$$(12) \quad \omega_1^2 = \omega_r^2\left(1+\frac{\gamma}{4}I^2\right) \qquad (1)$$

$$\omega_2^2 = \omega_r^2\left(1+\frac{3\gamma}{4}I^2\right) \qquad (2)$$

La valeur minimale de la pulsation ω_m, en fonction de l' pour laquelle la discontinuité d'amplitude cesse d'exister, s'obt en exprimant, à partir de l'équation (10), la condition $\frac{d\omega^2}{dI^2} = 0$

$$(13) \quad \omega_m^2 = \frac{\omega_r^2\left(1+\frac{3\gamma}{8}I^2\right)}{1-\frac{12\lambda}{\gamma\omega_r^2}\beta^2\left(1+\frac{9\lambda}{16}I^2\right)}$$

fig . 11


$10^5 I^2$
(Ampère)^2
Oscillation forcée d'un quartz
$X_o^2 = 0{,}4.10^{10}$
① ③ $\frac{3\lambda}{4} = 0$
② ④ $\frac{3\lambda}{4} = 0{,}3.10^5$
$\left|\frac{X\omega_r^2}{4}\right| = 8.10^{12}$
⑤ $\frac{3\lambda}{4} = 0$ $\frac{X\omega_r^2}{4} = 0$
⑥ $\frac{3\lambda}{4} = 0{,}3.10^5$ $\frac{X\omega_r^2}{4} = 0$
0,5
Δf Hz
−10
0
10

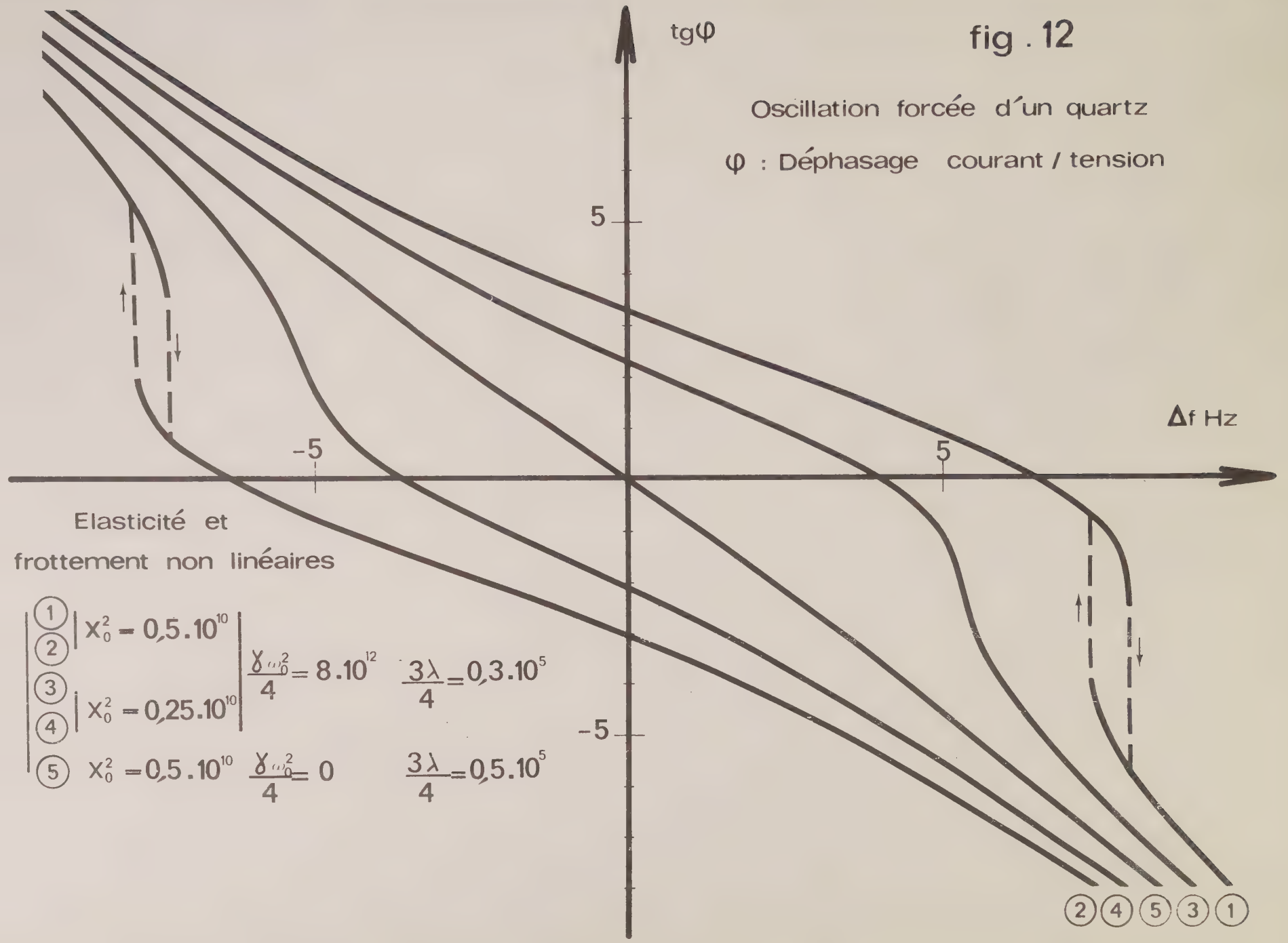
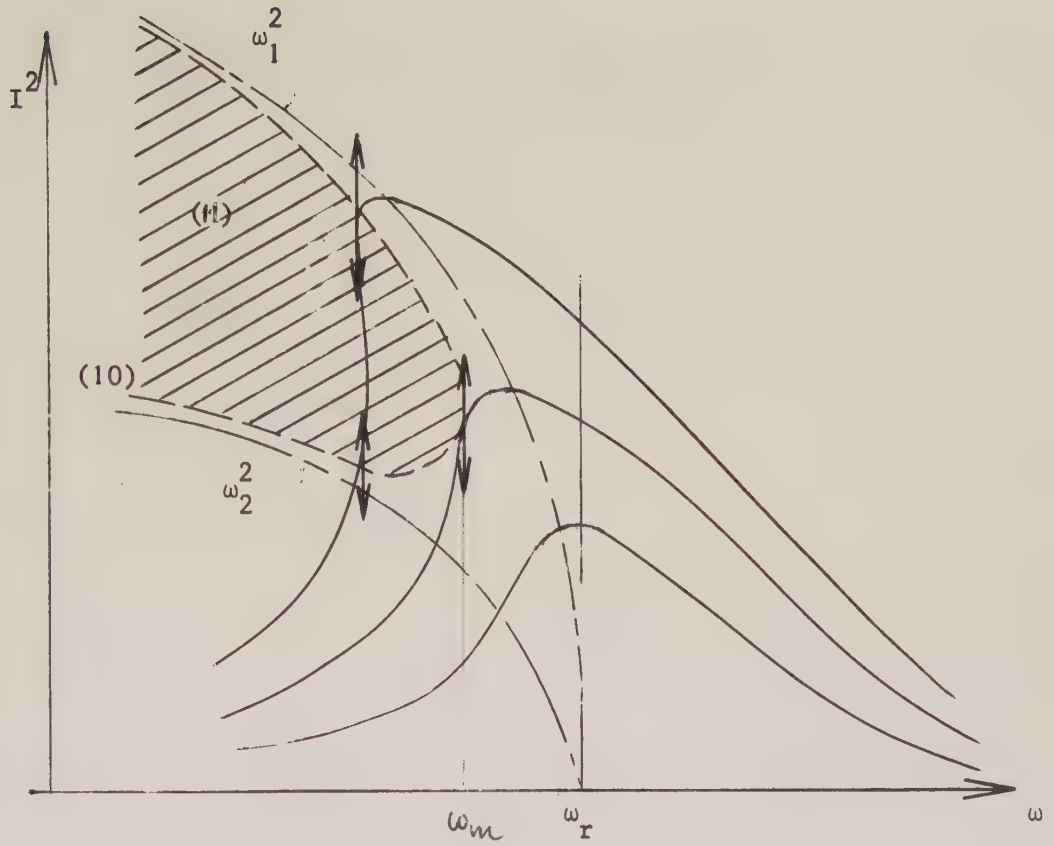


fig . 12

Oscillation forcée d'un quartz

φ : Déphasage courant / tension



Sur les courbes de résonance non linéaires on a tracé les lieux géométriques concernant les équations (10), (11), (12) et (13). (Cas d'un quartz à défaut d'isochronisme négatif).

IV - OSCILLATION FORCEE D'OSCILLATEURS A QUARTZ DU TYPE "MILLER" ET DU TYPE "PIERCE"

S O M M A I R E

A - Oscillateur du type Pierce en régime forcé

1 - Théorie

2 - Remarque

B - Seuil de synchronisation

1 - Synchronisation des oscillateurs non-linéaires filtrés

2 - Ecart maximum de fréquence compatible avec la synchronisation

3 - Variation de l'admittance de transfert des quadripôles de réaction en fonction de la fréquence

3-1 Admittance et impédance d'un quartz

3-2 Cas du filtre de réaction d'un oscillateur du type "Pierce"

3-3 Cas du filtre de réaction d'un oscillateur du type "Miller"

4 - Seuil de synchronisation pour les deux types d'oscillateu

5 - Détermination du coefficient de qualité équivalent

C - Mesures

1 - Modèles expérimentaux

Régime permanent

Régime transitoire

2 - Modèle théorique sur calculateur analogique

3 - Comparaison des courbes expérimentales aux courbes obtenues sur l'ANALAC.

A - Oscillateur du type Pierce en régime forcé

L'étude des régimes forcés, simplement périodiques, découle de l'étude des régimes libres.

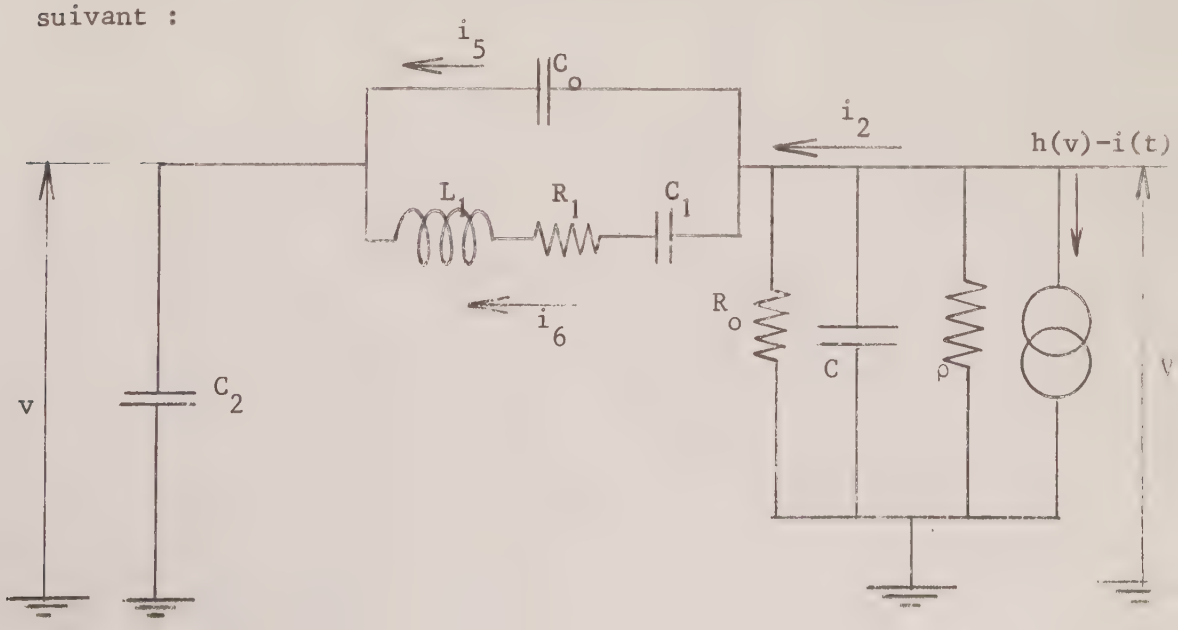
Si le signal périodique synchronisant $\mu(t)$ est appliqué, à l'entrée de l'amplificateur, il suffit de remplacer la tension à l'entrée de l'amplificateur $v(t)$ par la tension résultante $\mu(t)+v(t)$.

Si le signal périodique synchronisant $I(t)$ est appliqué à la sortie de l'amplificateur, il faut remplacer le courant $i(t)$ par le courant résultant $i(t) + I(t)$.

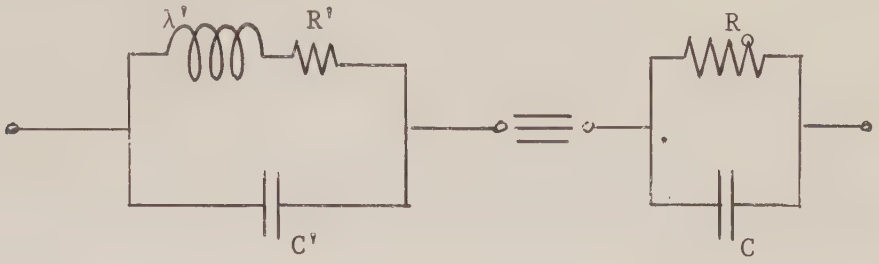
En effet, de par l'application du thèorème de Thévenin tout signal extérieur appliqué en un point quelconque de la boucle est équivalent à un signal convenablement corrigé, appliqué à l'entrée ou à la sortie de l'amplificateur. L'oscillateur étant forcé par une oscillation extérieure, le signal synchronisant joue le rôle d'une horloge dont la phase définit une référence.

1 - Théorie

L'oscillateur considéré est un oscillateur à réaction équivalent à la fréquence d'oscillation à un oscillateur du type "Colpitts". On représente cet oscillateur par le schéma équivalent suivant :



Le tube est considéré comme un générateur de courant dont l'intensité en court-circuit vaut h(v) et l'impédance interne ρ.
Le circuit bouchon placé sur la plaque est capacitif donc équivalent à :



Le quartz est placé en réaction entre la plaque et la grille.

C_2 représente l'impédance de fuite de grille ($\frac{1}{C_2\omega} \ll R_2$)

i(t) courant synchronisant injecté au niveau de la plaque

Les équations de départ sont :

$$(1)\quad \begin{cases} i(t) - h(v) = C_2\frac{dv}{dt} + \frac{V}{R}\left(\frac{1}{R_o} + \frac{1}{\rho}\right) + C\frac{dV}{dt} \\ i_6 = C_2\frac{dv}{dt} - C_o\frac{d}{dt}(V - v) \\ V - v = L_1\frac{di_6}{dt} + R_1 i_6 + \frac{1}{C_1}\int i_6\,dt \end{cases}$$

En posant :

$$(2)\quad \begin{cases} \frac{1}{R_o} + \frac{1}{\rho} = \frac{1}{R}\ ,\quad \mu = \left(\frac{C_2}{C_o} + 1\right)\ ,\quad \frac{1}{R}\left(\frac{C_2}{C_o} + 1\right) + a_1 = a \\ \delta = \frac{C_2}{C_o}\ ,\quad h(v) = a_1 v - bv^3\ ,\quad i_6 = \frac{dq}{dt}\ ,\quad R = R'\left\{1 + \lambda\left(\frac{dq}{dt}\right)^2\right\} \\ \omega_o^2 = \frac{1}{L_1}\left\{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_o}\right\}\ ;\ \omega^2 = \omega_o^2\left\{1 + \gamma_1\left(\frac{dq}{dt}\right)^2\right\}\ ,\quad 2\beta = \frac{R'}{L_1} \end{cases}$$

On obtient le système :

$$(3)\quad \begin{cases} \frac{C_2}{L_1 C_o}v = \frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta\left\{1 + \lambda\left(\frac{dq}{dt}\right)^2\right\}\frac{dq}{dt} + \omega_o^2\left\{1 + \gamma_1\left(\frac{dq}{dt}\right)^2\right\}q \\ i(t) + \frac{1}{RC_o}q + \frac{C}{C_o}\frac{dq}{dt} = av\left\{1 - \frac{b}{a}v^2\right\} + (C\mu + C_2)\frac{dv}{dt} \\ \frac{dV}{dt} = \mu\frac{dv}{dt} - \frac{1}{C_o}\frac{dq}{dt} \end{cases}$$

Si le système précédent admet les solutions :

$$q = Q \cos (\omega t + \Psi)$$
$$v = X \cos (\omega t + \gamma) \quad (4)$$
$$V = Y \cos (\omega t + \Theta)$$

lorsque le courant synchronisant est de la forme $i(t) = Z \cos \omega t$ la théorie générale de la synchronisation donne le système associé :

$$\frac{dQ}{dt} + \beta Q \{ 1 + \frac{3}{4} \lambda \omega^2 Q^2 \} = - \frac{\delta}{2L_1 \omega} X \sin (\gamma - \Psi)$$

$$\frac{Q d\Psi}{dt} = \frac{Q\omega_o^2}{2\omega} \{1 - \frac{\omega^2}{\omega_o^2} + \frac{\gamma \omega^2 Q^2}{4} \} - \frac{\delta}{2L_1 \omega} X \cos (\gamma - \Psi)$$

$$(C\mu+C_2) X \frac{d\gamma}{dt} = -(C\mu+C_2) X\omega + \frac{C}{C_o} \omega Q \cos(\gamma-\Psi) + \frac{1Q}{RC_o} \sin(\gamma-\Psi) + Z \sin \gamma \quad (5)$$

$$(C\mu+C_2) \frac{dX}{dt} = -aX\{1 - \frac{3}{4} \frac{bX^2}{a}\} - \frac{C}{C_o} \omega Q \sin(\gamma-\Psi) + \frac{1Q}{RC_o} \cos(\gamma-\Psi) + Z \cos$$

$$-C_o \frac{dY}{dt} = \mu C_o \omega X \cos (\gamma-\Theta) + \omega Q \sin (\Psi-\Theta)$$

$$-C_o (\omega + \frac{d\Theta}{dt}) Y = \mu C_o \omega X \sin (\Theta-\gamma) + \omega Q \cos (\Psi-\Theta)$$

Le calibrage des équations (5) nous permet de considérer comme négligeable en première approximation $(C\mu+C_2) \times \frac{d\gamma}{dt}$, $(C\mu + C_2) \frac{dX}{dt}$, $C_o \frac{dY}{dt}$ et $C_o (\omega + \frac{d\Theta}{dt}) Y$. Le système associé (5) se réduit à :

$$\frac{dQ}{dt} + \beta Q \{1 + \frac{3}{4} \lambda \omega^2 Q^2 \} = - \frac{\delta}{2L_1 \omega} X \sin (\gamma-\Psi)$$

$$\frac{Q d\Psi}{dt} = \frac{Q\omega_o^2}{2\omega} \{1 - \frac{\omega^2}{\omega_o^2} + \frac{\gamma \omega^2 Q^2}{4} \} - \frac{\delta}{2L_1 \omega} X \cos (\gamma-\Psi)$$

$$0 = -(C\mu+C_2) X\omega + \frac{C}{C_o} \omega Q \cos(\gamma-\Psi) + \frac{1}{RC_o} Q \sin(\gamma-\Psi) + Z \sin \gamma$$

(6) $$0 = -aX\{1-\frac{3}{4}\frac{b}{a}X^2\}-\frac{C}{C_o}\omega Q\sin(\gamma-\Psi)+\frac{1}{RC_o}Q\cos(\gamma-\Psi)+Z\cos\gamma$$

$$0 = \mu C_o\,\omega X\cos(\gamma-\Theta)+\omega Q\sin(\psi-\Theta)$$

$$0 = C_o\,\omega Y + \mu C_o\omega X\sin(\Theta-\gamma)+\omega Q\cos(\psi-\Theta)$$

2 - Remarque

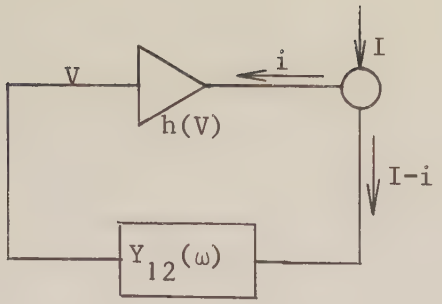
Dans les deux types d'oscillateur, en considérant les systèmes d'équations associées, (voir également Annexe I) on constate que le quartz joue un rôle primordial dans les régimes transitoires. En effet, on observe que les équations (1 et 2) de chaque système relatives au courant dans la branche motionnelle sont identiques à celles que l'on trouve dans le cas duquartz en oscillation forcée. Les équations supplémentaires ne ramènent qu'un terme sinusoïdal d'amplitude X aux bornes du quartz. Donc la connaissance du comportement du quartz en oscillation forcée donne une image de la synchronisation des oscillateurs à quartz, dans la zône de synchronisation.

B - Seuil de synchronisation

1 - Synchronisation des oscillateurs non-linéaires filtrés

Si l'on injecte, dans un système non-linéaire filtré qui est le siège d'auto-oscillation d'amplitude V_o et de pulsation ω_o ; en un point quelconque de la boucle, une perturbation harmonique $I\cos\omega t$ telle que ω soit une pulsation peu différente de ω_o. Il peut s'établir un régime d'entraînement forcé, dont l'onde résultante a pour amplitude V et pour pulsation ω.

Si le point d'injection est placé entre la sortie de l'amplificateur et l'entrée du quadripôle de réaction, le système est régi par l'équation fonctionnelle (7) .



$$(7) \qquad \frac{I}{V} = Y_{12}(\omega) + \frac{h(V)}{V}$$

V : amplitude du signal à l'entrée de l'amplificateur

h (V) transconductance de l'amplification fonction de la tension d'entrée

$Y_{12}(\omega)$ admittance de transfert du circuit de réaction fonction de la fréquence (à faible niveau)

I : amplitude du signal d'entraînement appliqué à l'oscillateur

L'oscillation libre s'obtient en l'absence de signal extérieur.

$$(8) \qquad 0 = Y_{12}(\omega_o) + \frac{h(V_o)}{V_o} \quad \text{(condition d'auto-oscillation).}$$

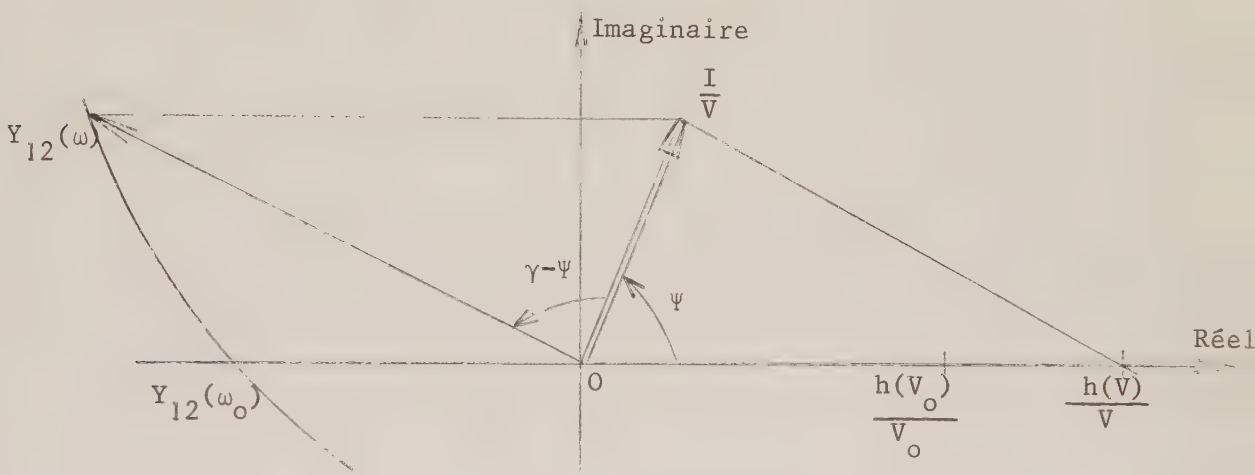
Lorsque l'on introduit un signal de synchronisation, l'équation fonctionnelle (7) se trouve vérifiée à tout instant.

Si le régime n'est pas synchronisé, les vecteurs $\vec{I}$ et $\vec{V}$ ont des pulsations différentes respectivement ω et ω_o liées par la relation : $\omega_o = \omega + \frac{d\Psi}{dt}$

$\frac{d\Psi}{dt}$ étant la pulsation des battements.

Si la constante de temps du circuit de réaction est grande par rapp à la période des battements, les deux pulsations ω et ω_o coexistant peuvent donner lieu à une modulation d'amplitude plutôt qu'à un phénomène de battement (chapitre II).

Si le régime est synchronisé les trois vecteurs tournent à la même vitesse angulaire. $\vec{I}$ et $\vec{V}$ sont déphasés d'un angle Ψ constan Les vecteurs $\vec{Y}_{12}(\omega)$ et $\frac{h(V)}{V}$ sont différents de $Y_{12}(\omega_o)$ et $\frac{h(V_o)}{V_o}$. Donc il nous faut connaitre le transfert du quadripôle de réaction en régim synchronisé $\frac{I}{V}$ et le déphasage Ψ qu'il introduit en supposant connues l caractéristiques h(V), Y(p), E_o, ω_o, I et ω .



2 - Ecart maximum de fréquence compatible avec la synchronisation (seuil de synchronisation)

La condition de synchronisation (7) se traduit analytiquemen par l'expression :

(9) $$u^2 = \left(\frac{I}{V}\right)^2 = y^2 + 2gy\cos\gamma + g^2 \quad \text{où } y=Y_{12}(\omega) \text{ et } g = \frac{h(V)}{V}$$

En l'absence de perturbation $\frac{I}{V} = u = 0$ et $\gamma = \Pi$

(10) $$y(\omega_o) = g(V_o)$$

Si l'on applique une perturbation telle que l'oscillation résultante ait une amplitude $V = V_o + \delta x$ et une pulsation $\omega = \omega_o + \delta\omega$, les grandeurs γ, g et y subissent les accroissements $\delta\gamma$, δg et δy , tels que :

$$\gamma = \Pi + \delta\gamma$$

$$y = y_o + \delta y$$

En négligeant les termes du troisième ordre (9) devient :

$$(\delta y)^2 - 2\delta g\ \delta y + (\delta g)^2 + g_o y_o \delta\gamma^2 = u^2 \tag{11}$$

Limitons le développement des fonctions γ, y et g à :

$$\begin{aligned} \delta y &= \frac{\partial y}{\partial x}\ \delta x + \frac{\partial y}{\partial \omega}\ \delta\omega \\ \delta g &= \frac{\partial g}{\partial x}\ \delta x + \frac{\partial g}{\partial \omega}\ \delta\omega \\ \delta\gamma &= \frac{\partial \gamma}{\partial x}\ \delta x + \frac{\partial \gamma}{\partial \omega}\ \delta\omega \end{aligned} \tag{12}$$

Les oscillateurs étudiés rentrant dans la catégorie des oscillateurs à éléments séparables (non-linéarité du quartz négligeable puisque l'on recherche le seuil de synchronisation) on peut considérer que :

$$\frac{\partial y}{\partial x} = 0 \quad , \quad \frac{\partial g}{\partial \omega} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial \gamma}{\partial x} = 0$$

L'équation (11) devient :

$$(\delta x)^2 \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2 - 2\,\frac{\partial y}{\partial \omega}\,\frac{\partial g}{\partial x}\ \delta x\ \delta\omega + \left\{ \left(\frac{\partial y}{\partial \omega}\right)^2 + g_o\, y_o \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \omega}\right)^2 \right\} \delta\omega^2 - u^2 = 0 \tag{13}$$

La perturbation étant connue, l'équation (13) donne la variation δx en fonction des accroissements des variables indépendantes $\delta\omega$ et I. L'entraînement de l'oscillateur n'est possible que si l'équation (13) admet des racines réelles en δx ou en $\frac{\delta x}{\delta \omega}$:

$$\left(\frac{\delta x}{\delta \omega}\right)^2 \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2 - 2\,\frac{\partial y}{\partial \omega}\,\frac{\partial g}{\partial x}\,\frac{\delta x}{\delta \omega} + \left\{ \left(\frac{\partial y}{\partial \omega}\right)^2 + g_o y_o \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \omega}\right)^2 \right\} - \left(\frac{u}{\delta \omega}\right)^2 = 0 \tag{14}$$

En exprimant que le discriminant de l'équation (14) est positif ou nul, on trouve la relation :

$$\left(\frac{\partial y}{\partial \omega}\,\frac{\partial g}{\partial x}\right)^2 - \left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)^2 \left\{ \left(\frac{\partial y}{\partial \omega}\right)^2 + y_o\, g_o \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \omega}\right)^2 - \left(\frac{u}{\delta \omega}\right)^2 \right\} \geq 0 \tag{15}$$

d'où la condition :

$$(16) \qquad u \geq V g_o y_o \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \omega}\right) \delta\omega = g_o \delta\gamma = y_o \delta\gamma$$

l'équation (16) définit l'amplitude minimum relative que doit avoir la perturbation pour compenser un écart $\delta\omega$ de fréquence par rapport à la fréquence d'oscillation.

Réciproquement, on exprime l'écart maximum de fréquence pouvant être rattrapé par une perturbation d'amplitude I et de pulsation $\omega_o + \delta\omega$ par la relation :

$$\delta\omega = \frac{u}{g_o \frac{\partial \gamma}{\partial \omega}}$$

Remarques :

On constate que le seuil de synchronisation :

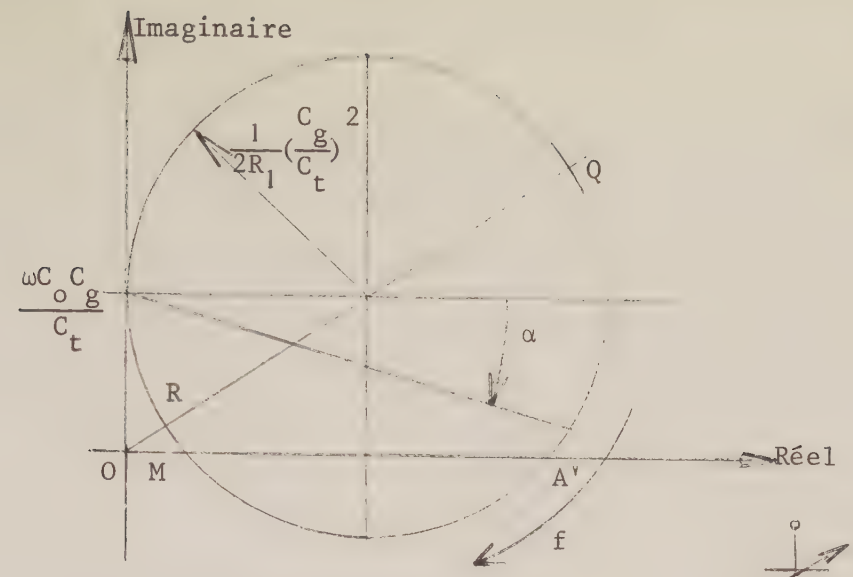
- ne dépend pas de la fonction g(x) donc du type de non-linéarité ;
- s'exprime en fonction du coefficient de qualité et de l'écart $\frac{\delta\omega}{\omega_o}$ qui interviennent dans l'expression du déphasage.

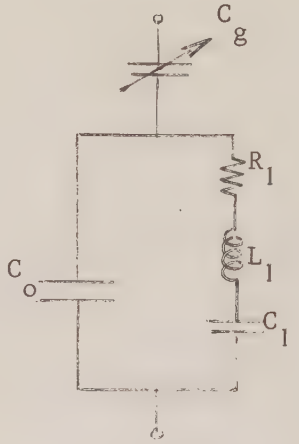
3 - Variation de l'admittance de transfert des quadripôles de réaction en fonction de la fréquence

3-1/ Admittance et impédance d'un quartz

Comme nous recherchons le seuil de synchronisation le quartz peut être considéré comme linéaire. L'admittance de transfert dépend surtout de l'admittance du quartz. On montre d'ailleurs que le lieu de l'admittance d'un quartz en série avec une capacité, en fonction de la fréquence, dans le plan, complexe, est un cercle d'équation :

$$(17) \qquad G = \frac{\omega C_o C_g}{C_+} e^{j \frac{\Pi}{2}} + \frac{1}{R_1} \left(\frac{C_g}{C_+}\right)^2 e^{-j\alpha} \cos \alpha$$





$$C_t = C_o + C_g$$

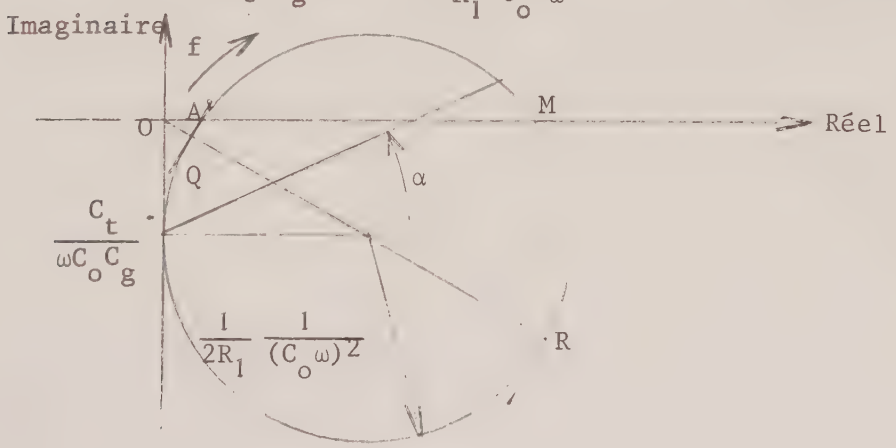
$$tg\,\alpha = \frac{2\delta f}{\Phi_2 f_r} = \frac{1}{\Phi_2}\left\{\frac{2\Delta f}{f_r} - \frac{C_1}{C_t}\right\}$$

$$\Phi_2 = R_1 C_1 \omega$$

$$\omega = \omega_r + \Delta\omega$$

Réciproquement le lieu de l'impédance d'un quartz en fonction de la fréquence dans le plan complexe est un cercle d'équation.

(18) $$Z = \frac{C_t}{\omega C_o C_g} e^{-j\frac{\Pi}{2}} + \frac{1}{R_1 C_o^2 \omega^2} e^{j\alpha \cos \alpha}$$

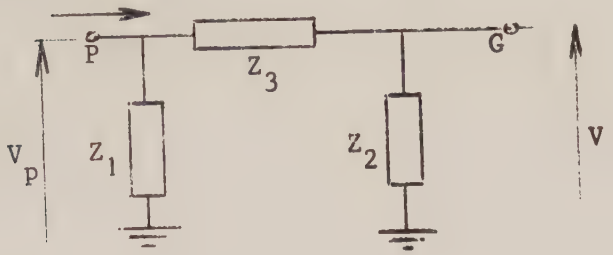


Les points M et A' correspondent à des impédances réelles (antirésonance et résonance électrique).

Les points Q et R correspondent à un maximum ou à un minimum de courant (résonance et antirésonance physique).

3-2/ Cas du filtre de réaction d'un oscillateur du type Pierce

Le circuit de réaction est un filtre en T



d'admittance de transfert

$$(19) \qquad \frac{I}{V} = Y_{12}(\omega) = Y_1 + Y_2 + Y_1 Y_2 Z_3$$

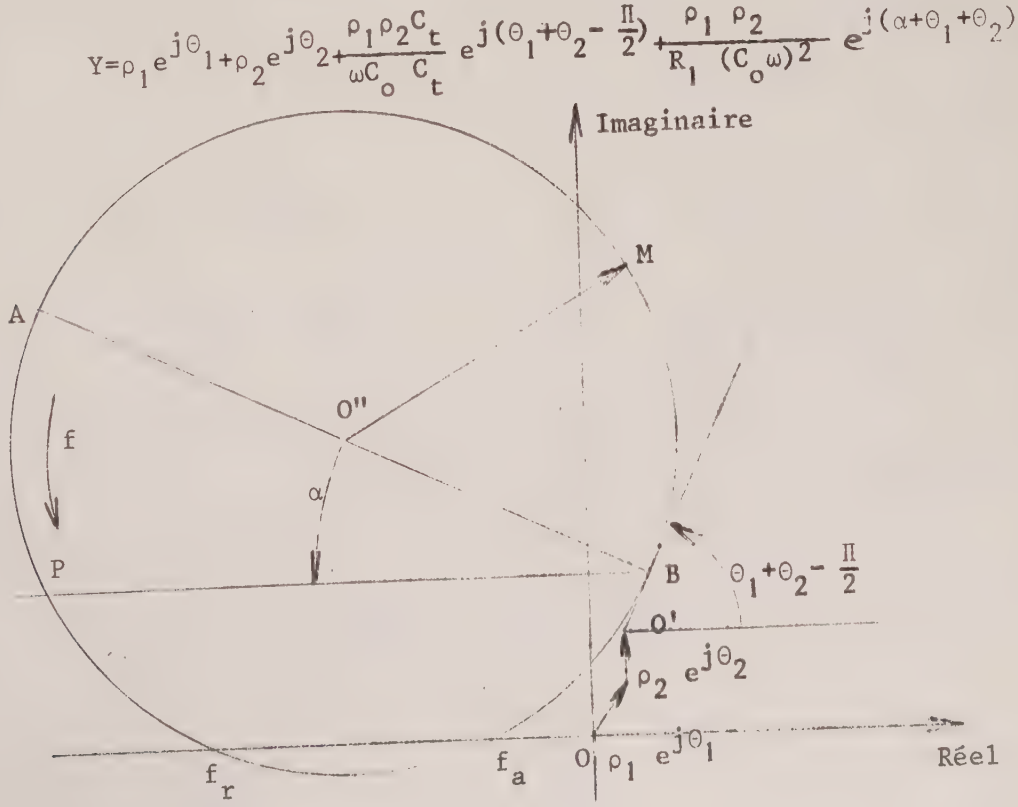
Le quartz est placé en réaction entre la plaque et la grille (Z_3). Les impédances Z_1 et Z_2 sont capacitives.

$$Y_1 = \rho_1 e^{j\Theta_1}$$

$$Y_2 = \rho_2 e^{j\Theta_2} \qquad \Theta_1 \text{ et } \Theta_2 > 0$$

Le lieu de l'admittance de transfert d'un tel quadripôle est un cercle d'équation.

$$(20) \qquad Y = \rho_1 e^{j\Theta_1} + \rho_2 e^{j\Theta_2} + \frac{\rho_1 \rho_2 C_t}{\omega C_o C_t} e^{j(\Theta_1+\Theta_2-\frac{\Pi}{2})} + \frac{\rho_1 \rho_2}{R_1 (C_o\omega)^2} e^{j(\alpha+\Theta_1+\Theta_2)} \cos\alpha$$



$$|\vec{O'B}| = \frac{\rho_1 \rho_2 C_t}{\omega C_o C_g} \qquad \Psi = \theta_1 + \theta_2$$

$$|\vec{O''M}| = \frac{\rho_1 \rho_2}{2R_1 (C_o \omega)^2}$$

En première approximation, on admet que $|\vec{OB}| << |\vec{AB}|$ ce qui permet de simplifier l'expression de l'argument de $\vec{OP}$

$$\text{Arg } (\vec{O_x}, \vec{OP}) = \text{Arg } (\vec{Ox}, \vec{BA}) + \text{Arg } (\vec{BA}, \vec{BP})$$

(21) $$\gamma = \alpha + \Psi$$

3-3/ Cas du filtre de réaction d'un oscillateur du type Miller

Le quartz est placé entre la grille et la masse $Y_2 = Y_q$. L'impédance Z_1 est selfique et l'impédance Z_3 est capacitive.

(22) $$Y_{12}(\omega) = Y_1 + Y_2 (1 + Y_1 Z_3)$$

Les impédances Z_1 et Z_2 sont selfiques θ_1, θ_2 et $\Psi > 0$

$$Y_1 = \rho_1 e^{-j\theta_1}$$

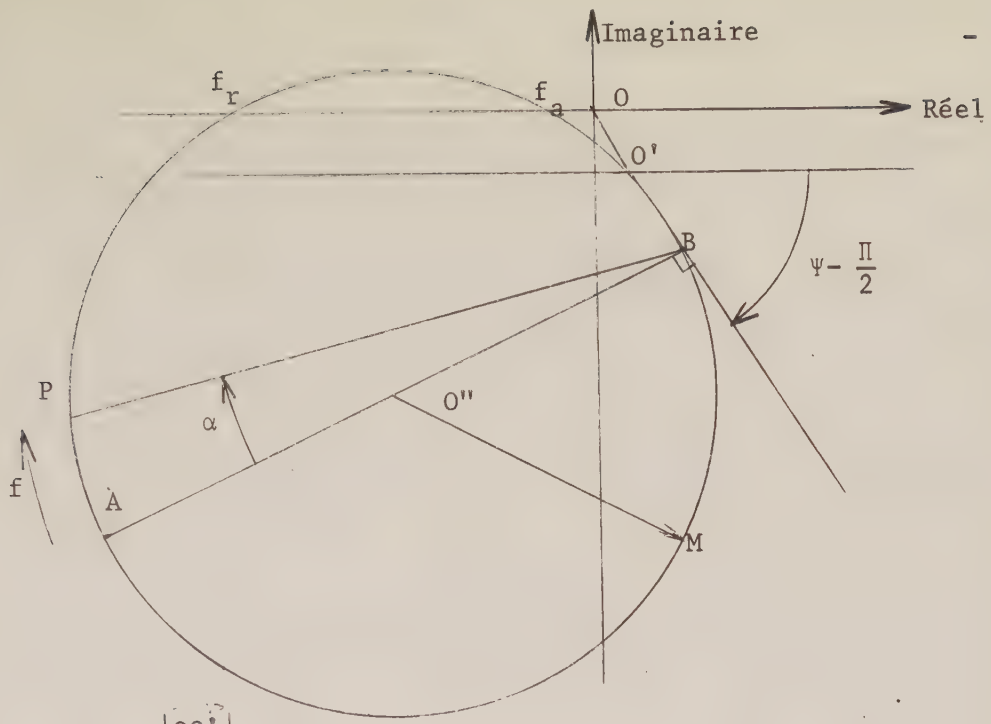
(23) $$Z_3 = \rho_3 e^{-j\theta_3}$$

$$1 + Z_3 Y_1 = \rho e^{-j\Psi}$$

$$\rho = |1 + Z_3 Y_1| \quad \text{et} \quad \Psi = \text{Arg } (1 + Z_3 Y_1)$$

Le lieu de l'admittance de transfert d'un tel quadripôle est un cercle d'équation :

(24) $$Y = \rho_1 e^{-j\theta_1} + \rho \frac{\omega C_o C_g}{Ct} e^{-(-\frac{\Pi}{2}+\Psi)} \frac{\rho}{R_1} \left(\frac{C_g}{C_t}\right)^2 e^{-j(\alpha+\Psi)} \cos \alpha$$



$$|\vec{OO'}| = \rho_1$$

$$|\vec{O'B}| = \frac{\rho\omega\, C_o\, C_g}{C_t}$$

$$|\vec{O''M}| = \frac{\rho}{2R_1}\left(\frac{C_g}{C_t}\right)^2$$

En première approximation, on admet que $|\vec{OB}| << |\vec{AB}|$ ce qui permet de simplifier l'expression de l'argument de OP.

(25) $$\gamma = 2\Pi - (\alpha + \Psi)$$

4 - Seuil de synchronisation pour les deux types d'oscillateur

Le seuil de synchronisation est donné par la formule :

(26) $$u = g_o \left| \frac{\partial\gamma}{\partial\omega}\, \delta\omega \right|$$

En effet, lorsque nous effectuons un relevé du seuil de synchronisation, on ne tient pas compte de la phase relative de I par rapport à v. Dans les oscillateurs considérés la variation du déphasage γ en fonction de la fréquence ne dépend que de α.

Comme on considère le module de $|\delta\gamma|$ on observe les mêmes phénomènes pour les deux types d'oscillateur.

$$|\delta\gamma| = \delta\alpha = \delta \left(\text{Arc tg } \frac{2\,\delta_1 f}{\Phi_2\, f_r}\right) = \frac{\partial\gamma}{\partial\omega}\,\delta\omega$$

avec $\Phi_2 f_r = \frac{f}{Q}$

Soit l'expression de $\delta\gamma$ en fonction du coefficient de qualité du quartz équivalent.

$$(27) \qquad \delta\gamma = \frac{\frac{2Q}{\omega_r}\,\delta\omega}{1 + \left\{\frac{2Q\,(\omega_o - \omega_1)}{\omega_r} + \frac{2Q\,\delta\omega}{\omega_r}\right\}^2}$$

Dans laquelle :

$\delta_1 f = f - f_1$ écart entre la fréquence de synchronisation et la fréquence de résonance du quartz équivalent donnée par $f_1 = f_r\left\{1 + \frac{C_1}{2C_t}\right.$

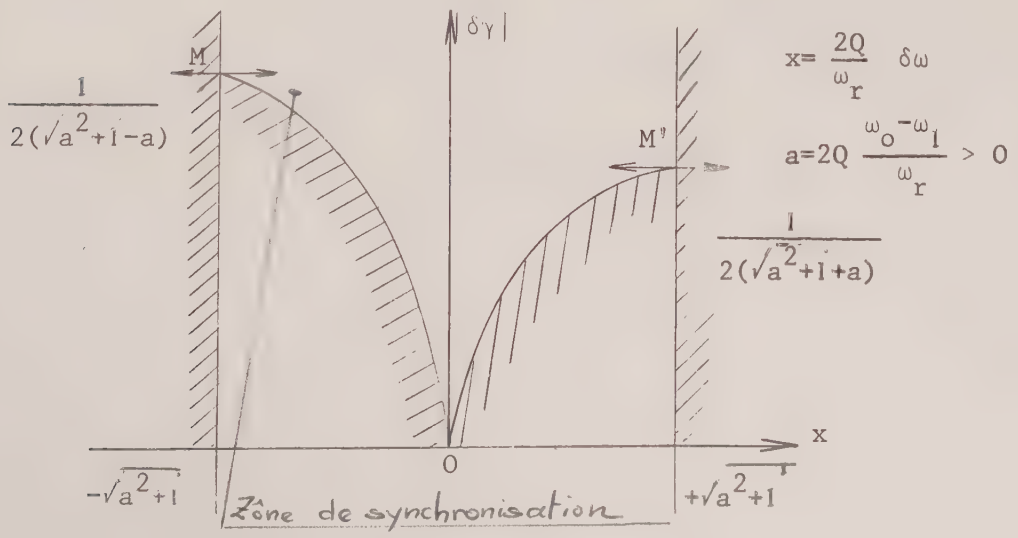
f fréquence de synchronisation

f_r fréquence de résonance du quartz

f_o fréquence d'oscillation libre

$f - f_o = \delta f$ écart entre la fréquence de synchronisation et la fréquence d'oscillation libre.

L'étude de l'expression $|\delta\gamma|$ nous donne, à un coefficient près g_o, l'expression du seuil de synchronisation.



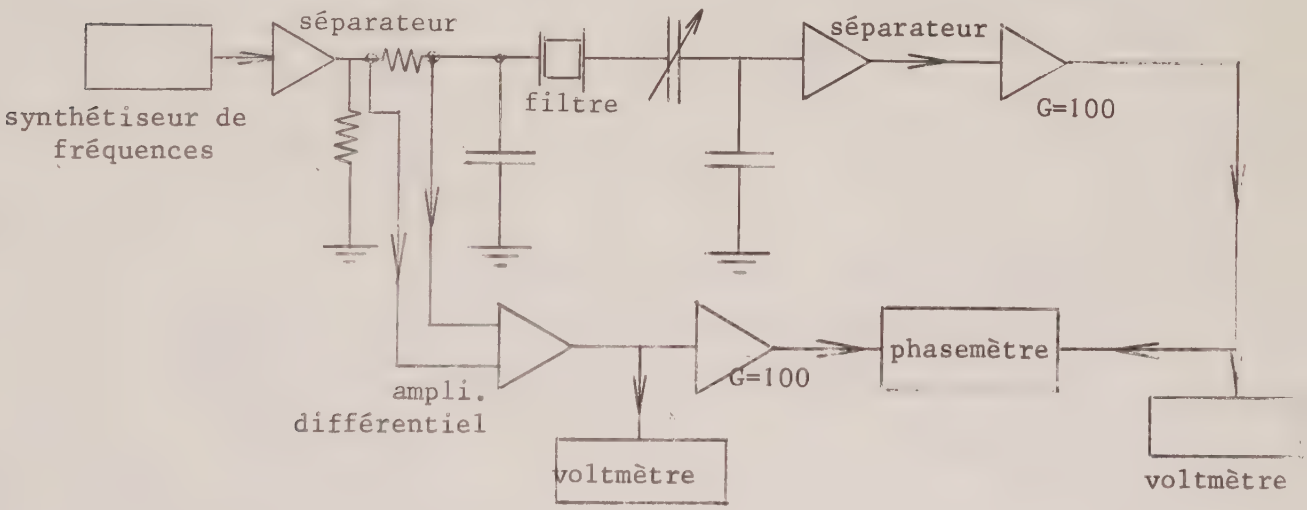
Le domaine de synchronisation est limité aux valeurs de x comprises entre les valeurs qui annulent la dérivée de $|\delta\gamma| : |x| < \sqrt{1+a}$ En effet, pour $|x| > |x_1|$ à tout accroissement dx' correspond une diminution du rapport $\frac{I}{V}$ ce qui tend à dire qu'à V constant le courant I nécessaire à la synchronisation diminue lorsque $|x| > |x_1|$ ce qui ne peut pas correspondre à une solution possible. On note que la largeur de la plage de synchronisation :

$$\delta f = \frac{f_r}{Q} \sqrt{1 + a^2}$$

est inversement proportionnelle au coefficient de qualité du filtre ; ce qui signifie que la synchronisation à long terme est d'autant plus délicate à réaliser que le filtre de réaction est sélectif.

5 - Détermination du coefficient de qualité équivalent

Le filtre étudié à une fréquence centrale de 100 kcs, il est chargé à l'entrée et à la sortie par son impédance image déterminée pour la fréquence centrale.

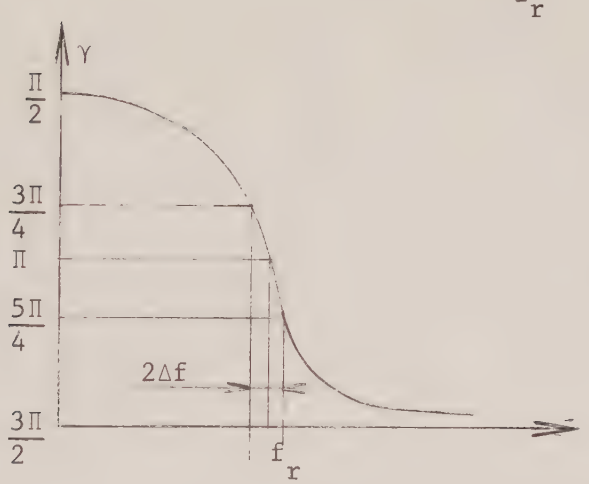


Les courbes obtenues montrent que le coefficient de qualité du filtre est différent du coefficient de qualité du quartz. L'emploi des formules donnant le seuil de synchronisation n'est donc valable qu'à condition de connaître le coefficient de qualité équivalent du filtre. Pratiquement on peut l'obtenir par le relevé de l'une des trois courbes représentant en fonction de la fréquence :

a) argument de l'admittance de transfert
b) courant d'entrée
c) tension de sortie

a) L'argument de l'admittance de transfert $Y_{12}(\omega)$ varie suivant la loi : (fig. 12)

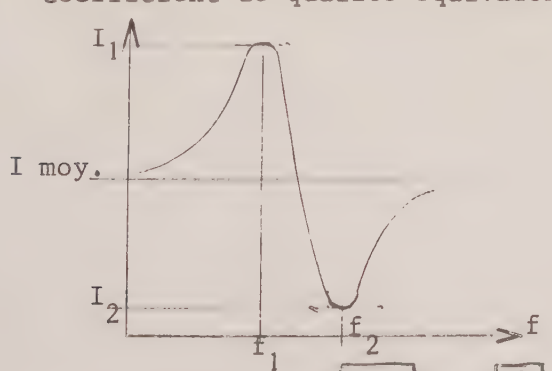
(28) $$\gamma = \Pi + \text{Arc tg } 2\,Q\,\frac{\Delta f}{f_r}$$



Le coefficient de qualité s'obtient en mesurant l'écart de fréquence $2\,\Delta f$ qui entraîne une variation de phase $\pm \frac{\Pi}{4}$ par rapport au déphasage central $\gamma = \Pi$

$$Q = \frac{f_r}{2\Delta f}$$

b) La courbe du courant d'entrée en fonction de la fréquence à tension d'entrée constante permet de déterminer le coefficient de qualité équivalent connaissant : fig. 14.

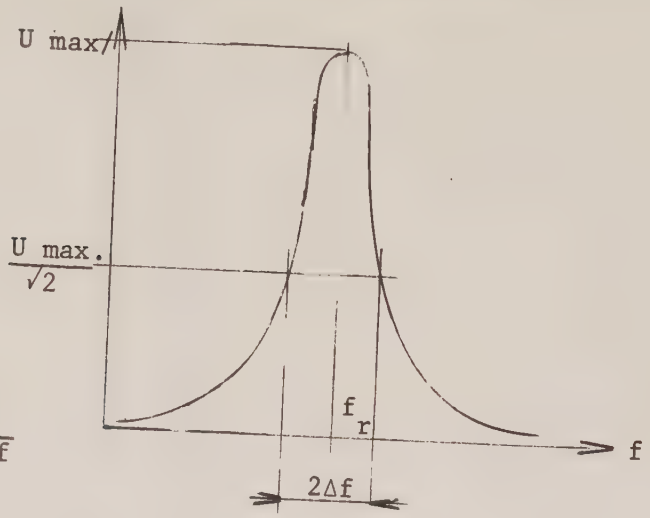


I_1 et f_1 = courant et fréquence à la résonance physique

I_2 et f_2 = courant et fréquence à l'antirésonance physique.

(29) $$Q = \frac{1}{2}\,\frac{\sqrt{f_1 + f_2}}{f_2 - f_1}\left(\sqrt{\frac{I_1}{I_2}} + \sqrt{\frac{I_2}{I_1}}\right)$$

c) La courbe de la tension de sortie en fonction de la fréquence donne la valeur du coefficient de qualité équivalent du fi en considérant la largeur de bande à 3 décibels. fig. 13.



(30) $$Q = \frac{f_r}{2\Delta f}$$

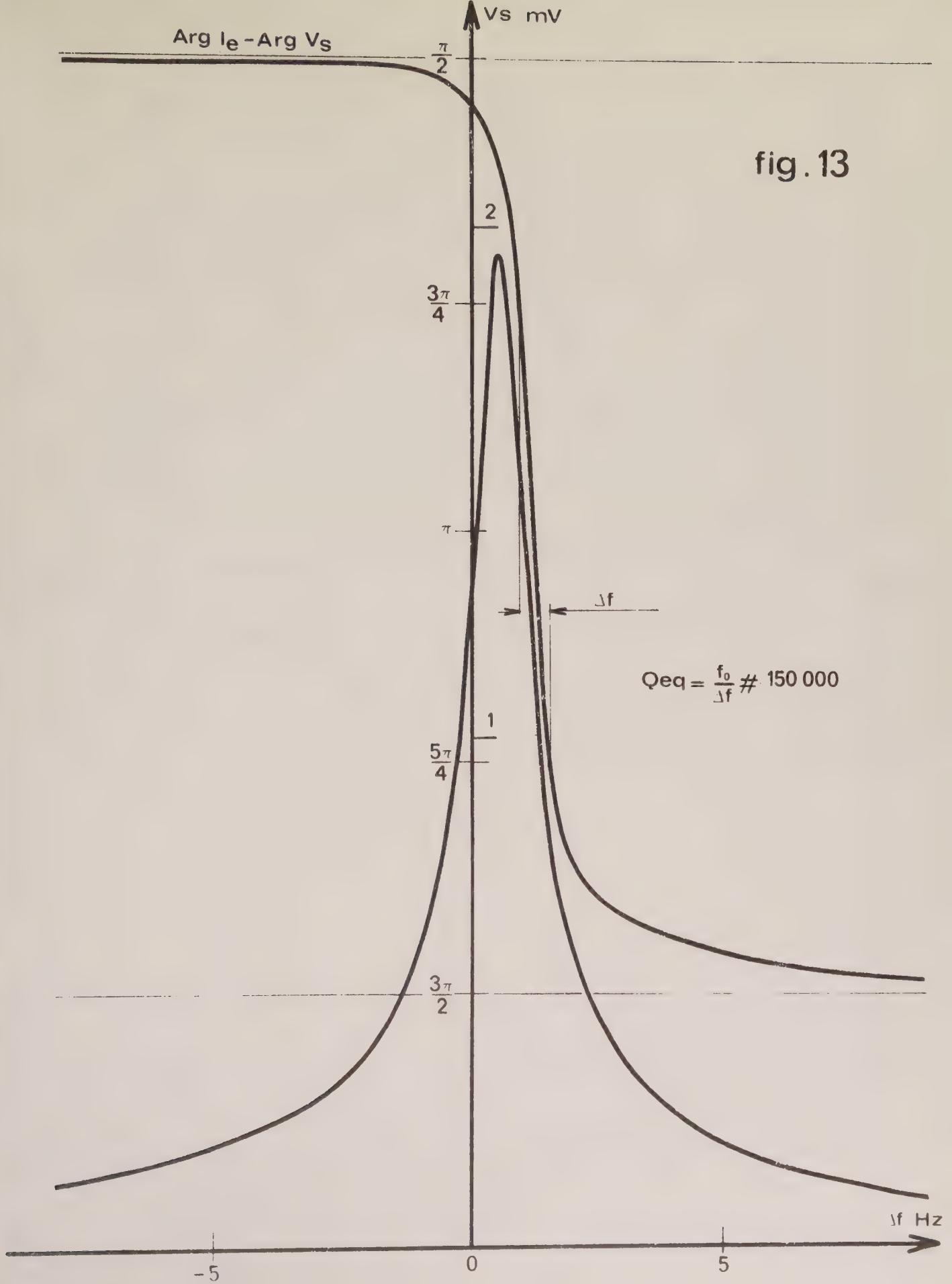

Vs mV
Arg Ie - Arg Vs
π/2
2
3π/4
π
Δf
Qeq = f0/Δf # 150 000
1
5π/4
3π/2
Δf Hz
-5
0
5

fig. 13

fig . 14

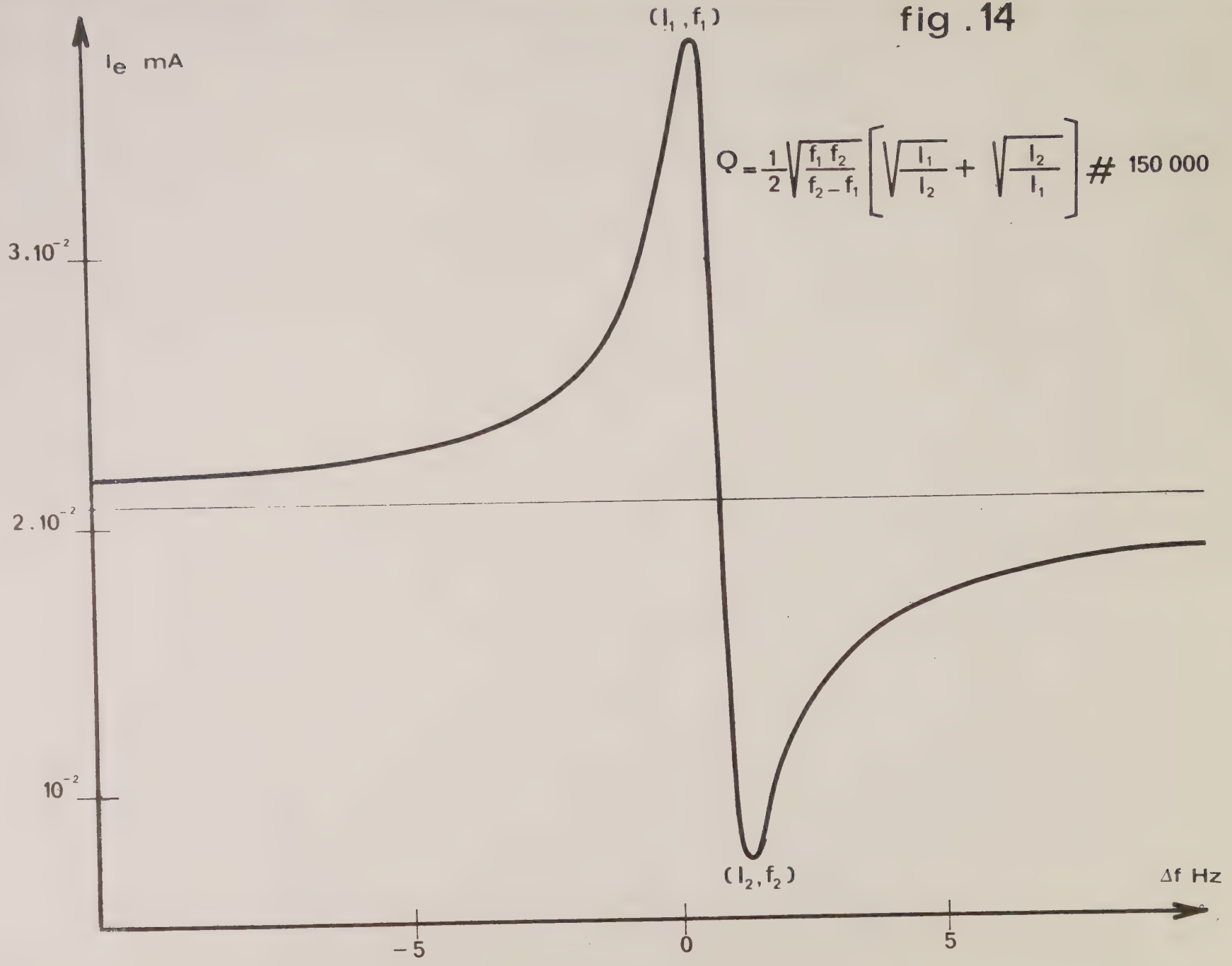

(I_1, f_1)
I_e mA
$Q = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{f_1 f_2}{f_2 - f_1}}\left[\sqrt{\frac{I_1}{I_2}} + \sqrt{\frac{I_2}{I_1}}\right] \# 150\,000$
3.10^{-2}
2.10^{-2}
10^{-2}
(I_2, f_2)
Δf Hz
−5
0
5

Tableau récapitulatif chiffrant les grandeurs fonctionnelles

des filtres étudiés

Type de filtre	Quartz	Coefficient de qualité du quartz	Coefficient de qualité du filtre	Variation relative de Q	δf = plage de synchronisation harmonique
PIERCE	SAT coupe Y	5×10^5	$1,5 \times 10^5$	-70%	$\pm$ 0,6 Hz
	LPE coupe X+5	3×10^4	7×10^3	-75%	$\pm$ 15 Hz
MILLER	LPE coupe X+5	3×10^4	7×10^3	-75%	$\pm$ 15 Hz

C - Mesures

1 - Modèles expérimentaux

Pour les deux types d'oscillateur on relève :

- En régime permanent, l'enveloppe des amplitudes et la phase relative de la tension de sortie par rapport à la tension d'entrée en fonction de l'écart de fréquence Δf entre l'oscillation libre et l'oscillation synchronisante. Les différentes courbes relevées pratiquement admettent comme paramètre l'amplitude de la tension synchronisante.

Elles représentent respectivement :

Oscillateur du type Pierce	Fig. 15-17	Amplitude de la tension synchronisée
	Fig. 16-18	Déphasage entre la tension de sortie et la tension d'entrée
	Fig. 19	Seuil de synchronisation 1 - Amplitude minimale de l'oscillation synchronisante entraînant l'oscillateur 2 - Amplitude de l'oscillation forcée
Oscillateur du type Miller	Fig. 20	Amplitude de la tension synchronisée
	Fig. 21	Amplitude minimale de l'oscillation synchronisante entraînant l'oscillateur.

- En régime transitoire, l'évolution de l'amplitude et de la fréquence en fonction du temps lors de la synchronisation harmonique.

Oscillateur du type Pierce	Fig. 22	Temps de synchronisation
Oscillateur du type Miller	Fig. 23	Temps de synchronisation

fig . 15

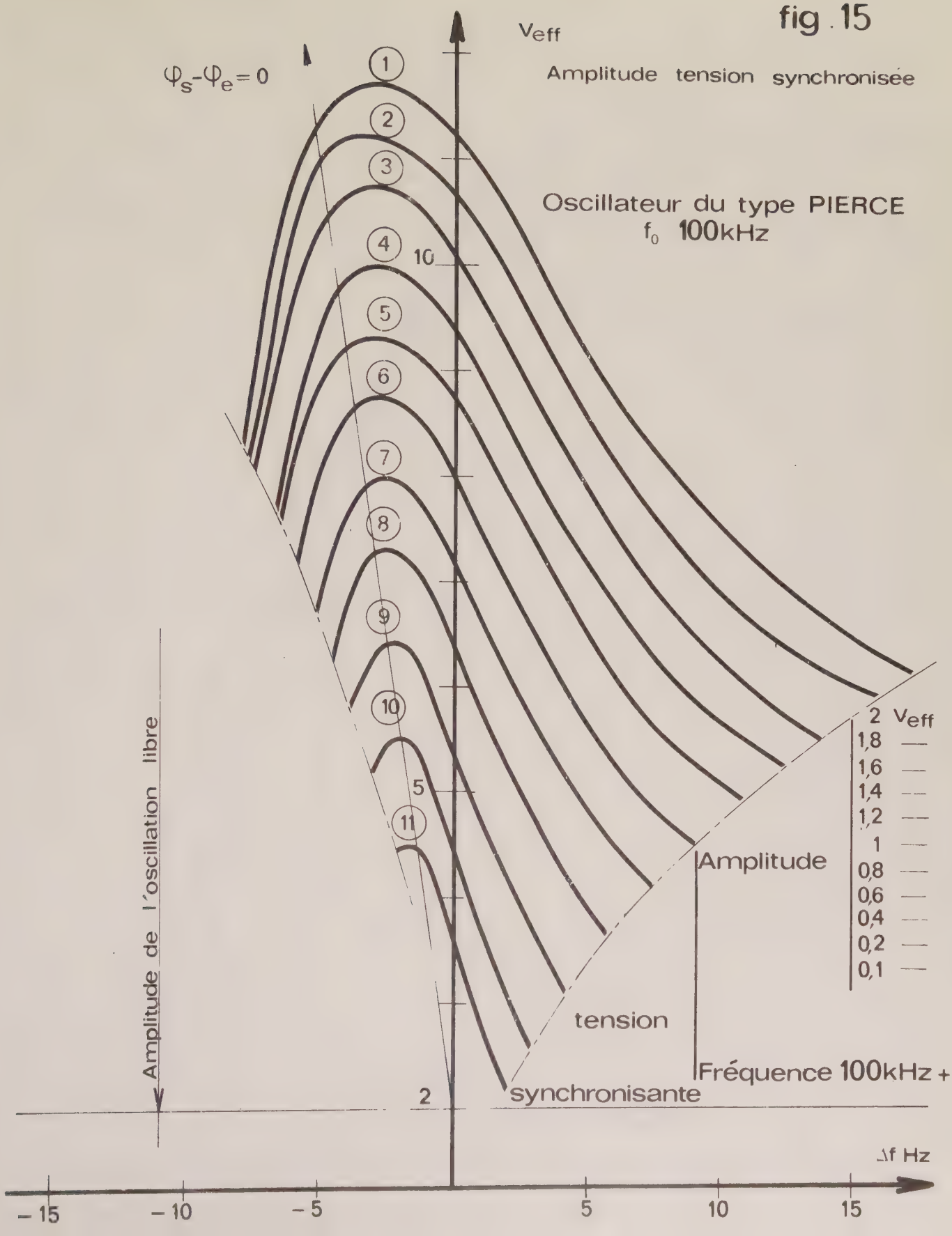
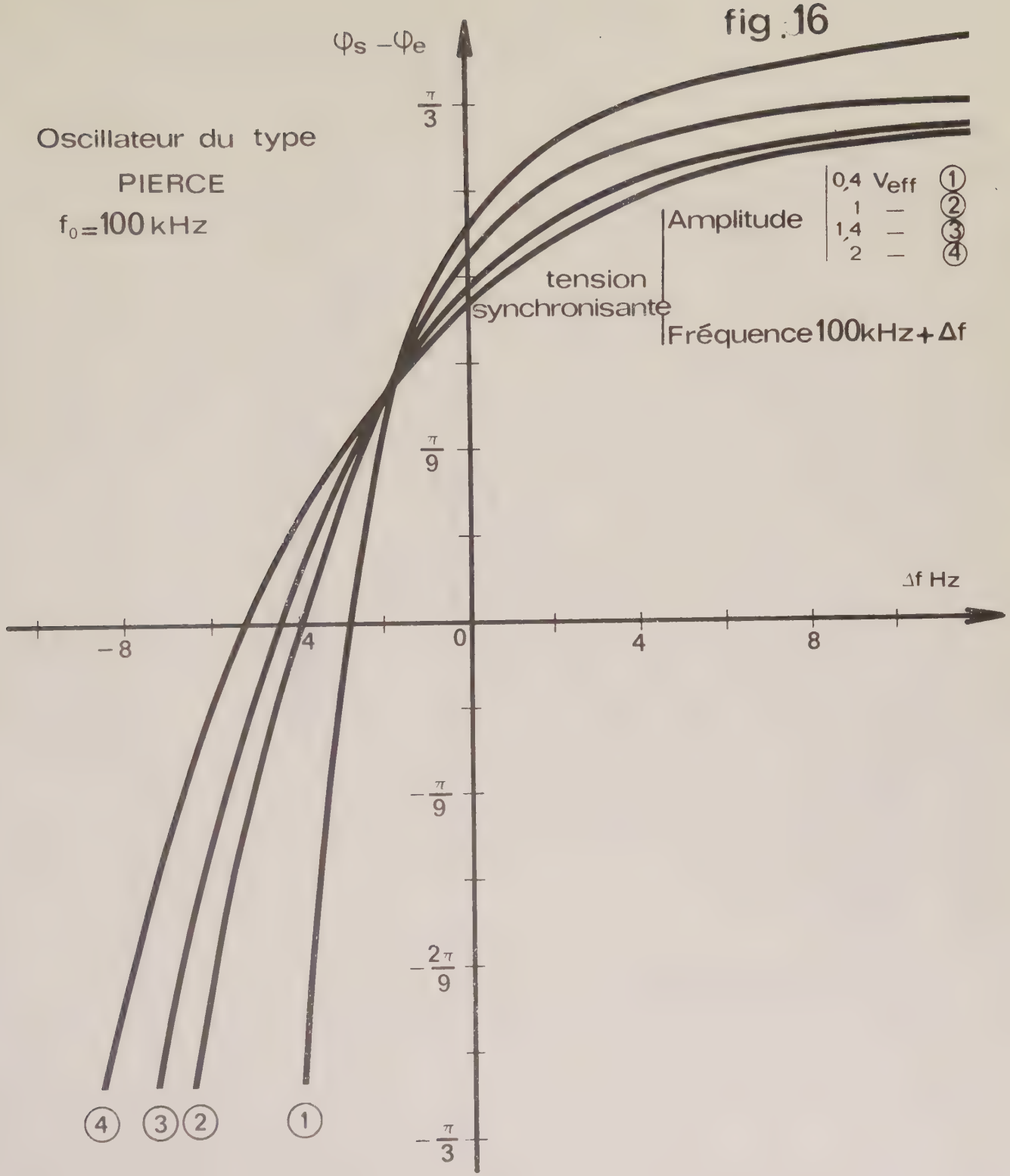

Veff
Amplitude tension synchronisée
$\varphi_s - \varphi_e = 0$
Oscillateur du type PIERCE
f_0 100kHz
1
2
3
4
10
5
6
7
8
9
10
5
11
2
Amplitude de l'oscillation libre
2 Veff
1,8
1,6
1,4
1,2
1
0,8
0,6
0,4
0,2
0,1
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
Amplitude
tension
synchronisante
Fréquence 100kHz + Δ
Δf Hz
– 15
– 10
– 5
5
10
15

fig :16


Oscillateur du type
PIERCE
$f_0 = 100$ kHz
$\varphi_s - \varphi_e$
$\frac{\pi}{3}$
$\frac{\pi}{9}$
$-\frac{\pi}{9}$
$-\frac{2\pi}{9}$
$-\frac{\pi}{3}$
Amplitude
tension synchronisante
0,4 V_{eff} ①
1 — ②
1,4 — ③
2 — ④
Fréquence 100kHz + Δf
Δf Hz
−8
−4
0
4
8
④ ③ ② ①

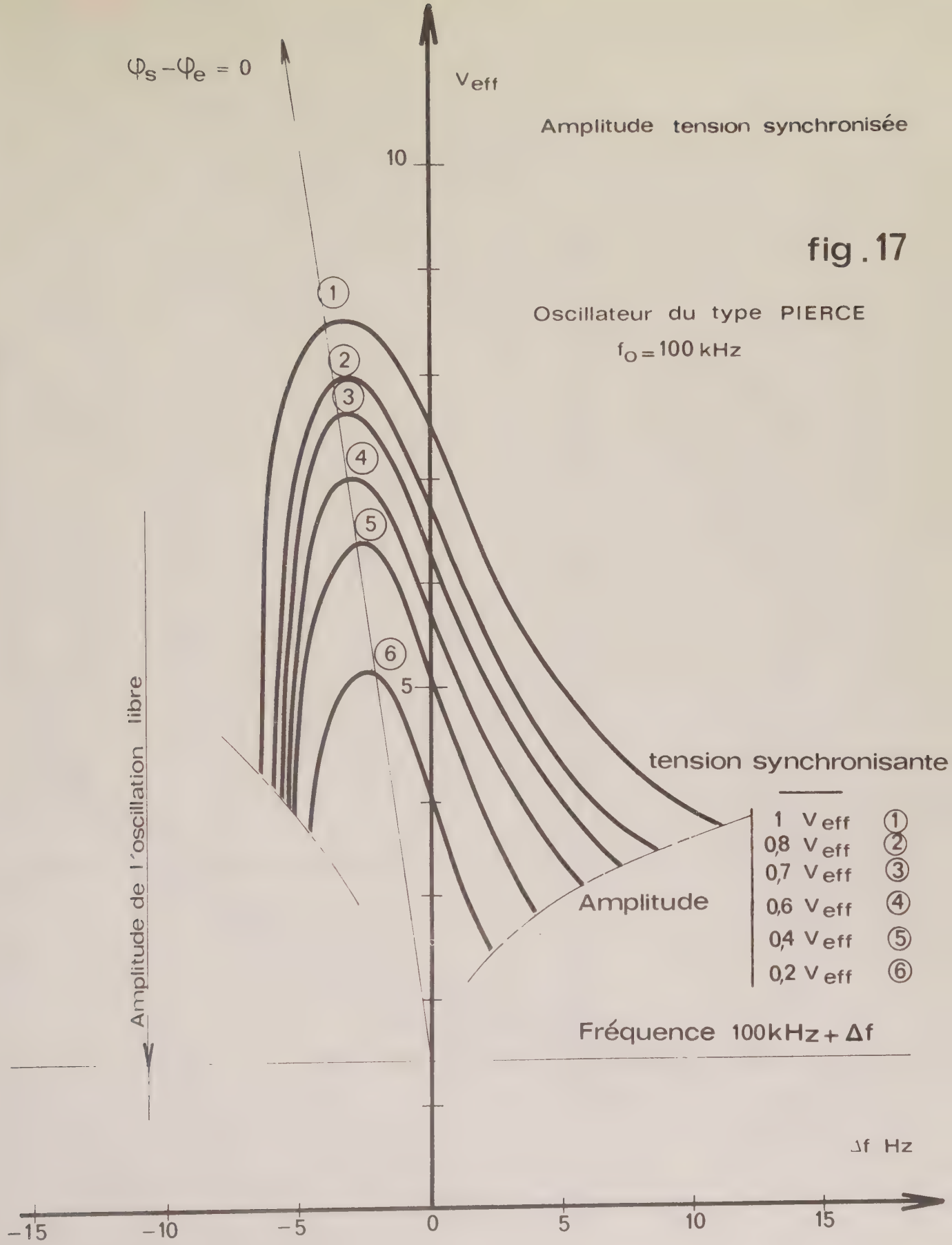


fig . 17

Oscillateur du type PIERCE

$f_o = 100$ kHz

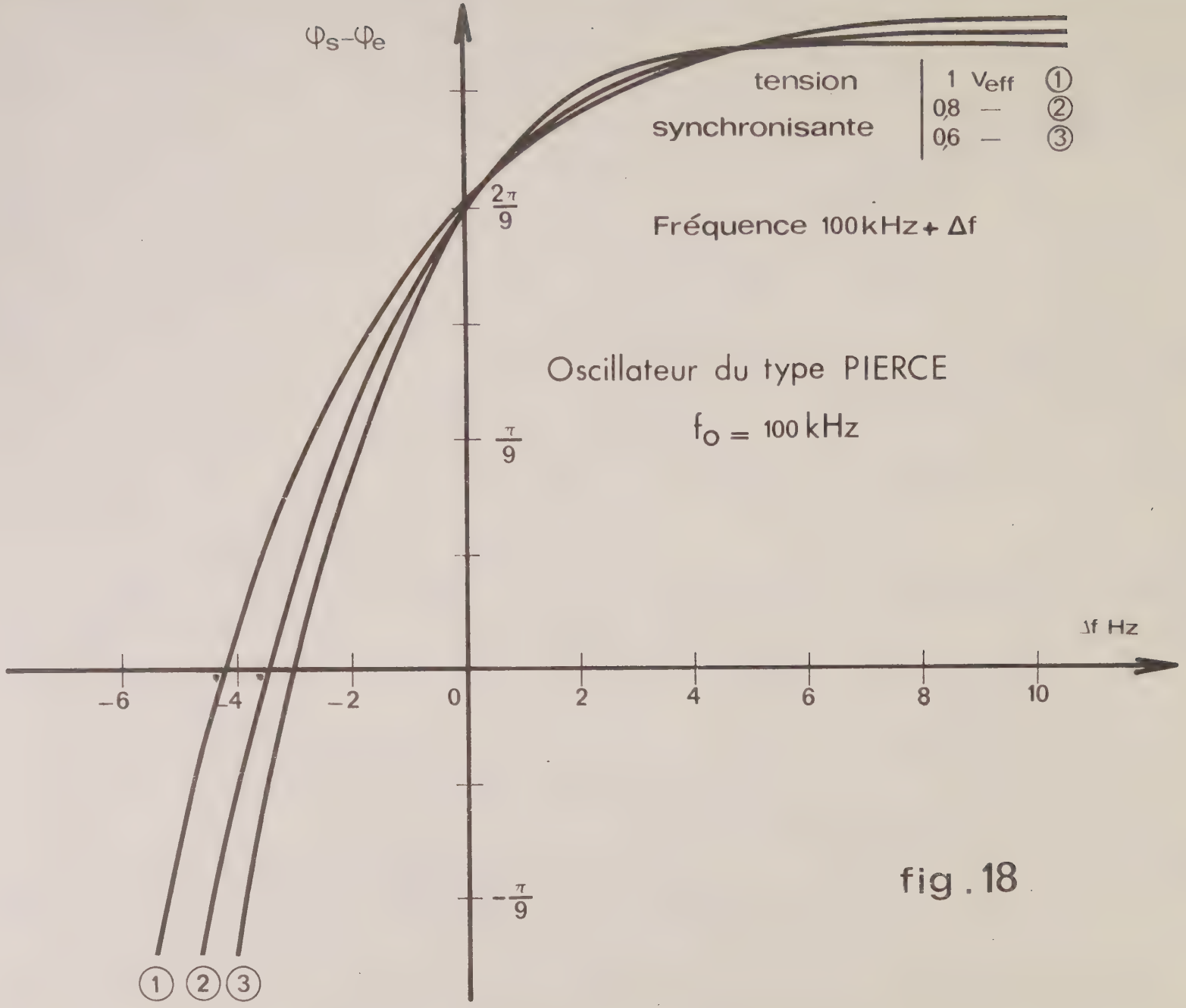
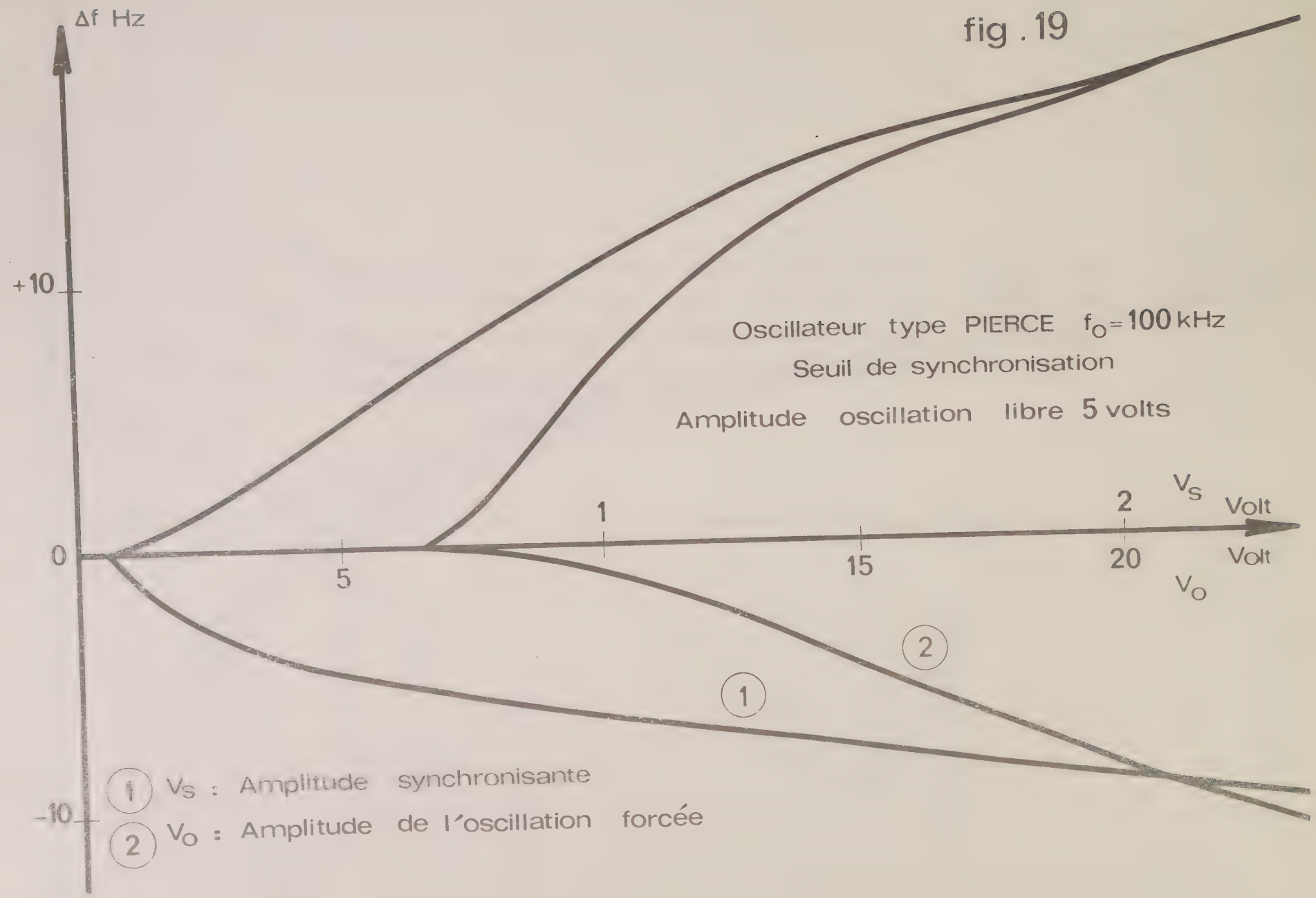

$\varphi_s - \varphi_e$
tension synchronisante
1 V_{eff} ①
0,8 — ②
0,6 — ③
Fréquence 100 kHz + Δf
Oscillateur du type PIERCE
f_o = 100 kHz
$\frac{2\pi}{9}$
$\frac{\pi}{9}$
$-\frac{\pi}{9}$
Δf Hz
-6
-4
-2
0
2
4
6
8
10
① ② ③

fig . 18

fig . 19


Δf Hz
+10
0
-10
Oscillateur type PIERCE f_O = 100 kHz
Seuil de synchronisation
Amplitude oscillation libre 5 volts
V_S
Volt
V_O
Volt
1
2
5
15
20
1 V_S : Amplitude synchronisante
2 V_O : Amplitude de l'oscillation forcée

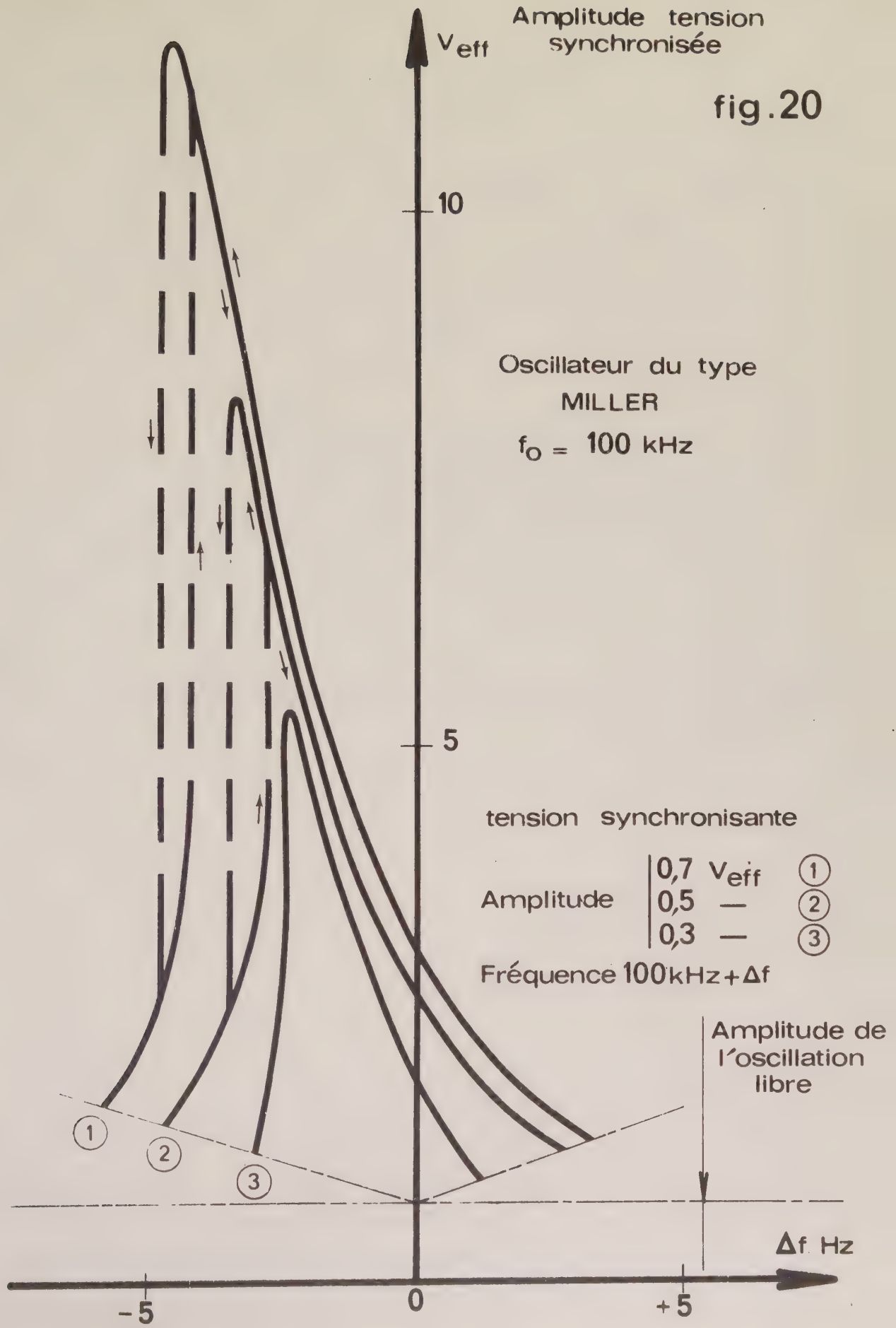
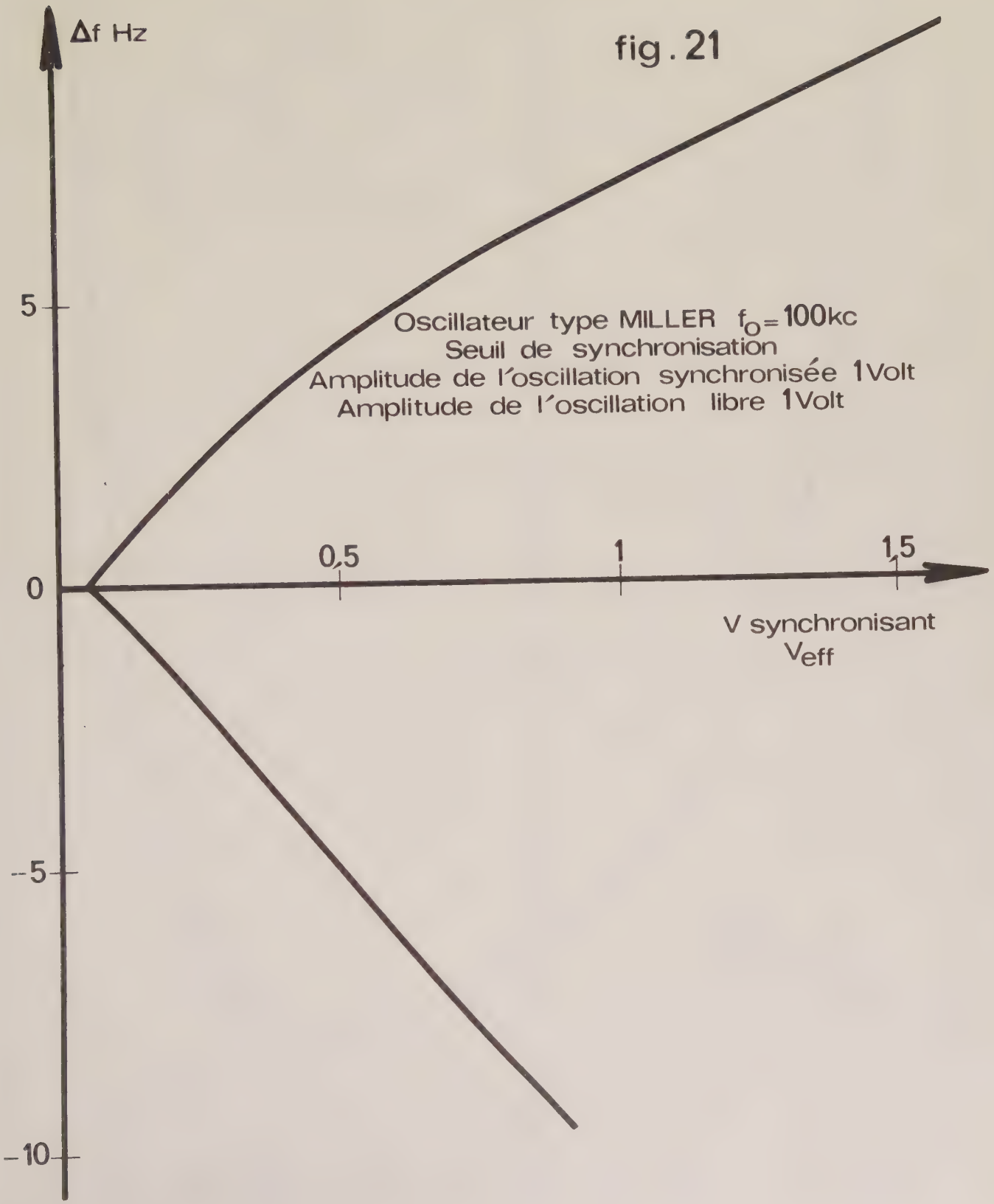

Amplitude tension synchronisée
V_{eff}
10
5
0
-5
+5
Δf Hz
Oscillateur du type MILLER
f_o = 100 kHz
tension synchronisante
Amplitude
0,7 V_{eff} ①
0,5 — ②
0,3 — ③
Fréquence 100kHz+Δf
Amplitude de l'oscillation libre
①
②
③

fig.20

fig . 21


Δf Hz
5
0
-5
-10
0,5
1
1,5
Oscillateur type MILLER f_o = 100kc
Seuil de synchronisation
Amplitude de l'oscillation synchronisée 1Volt
Amplitude de l'oscillation libre 1Volt
V synchronisant
V_{eff}

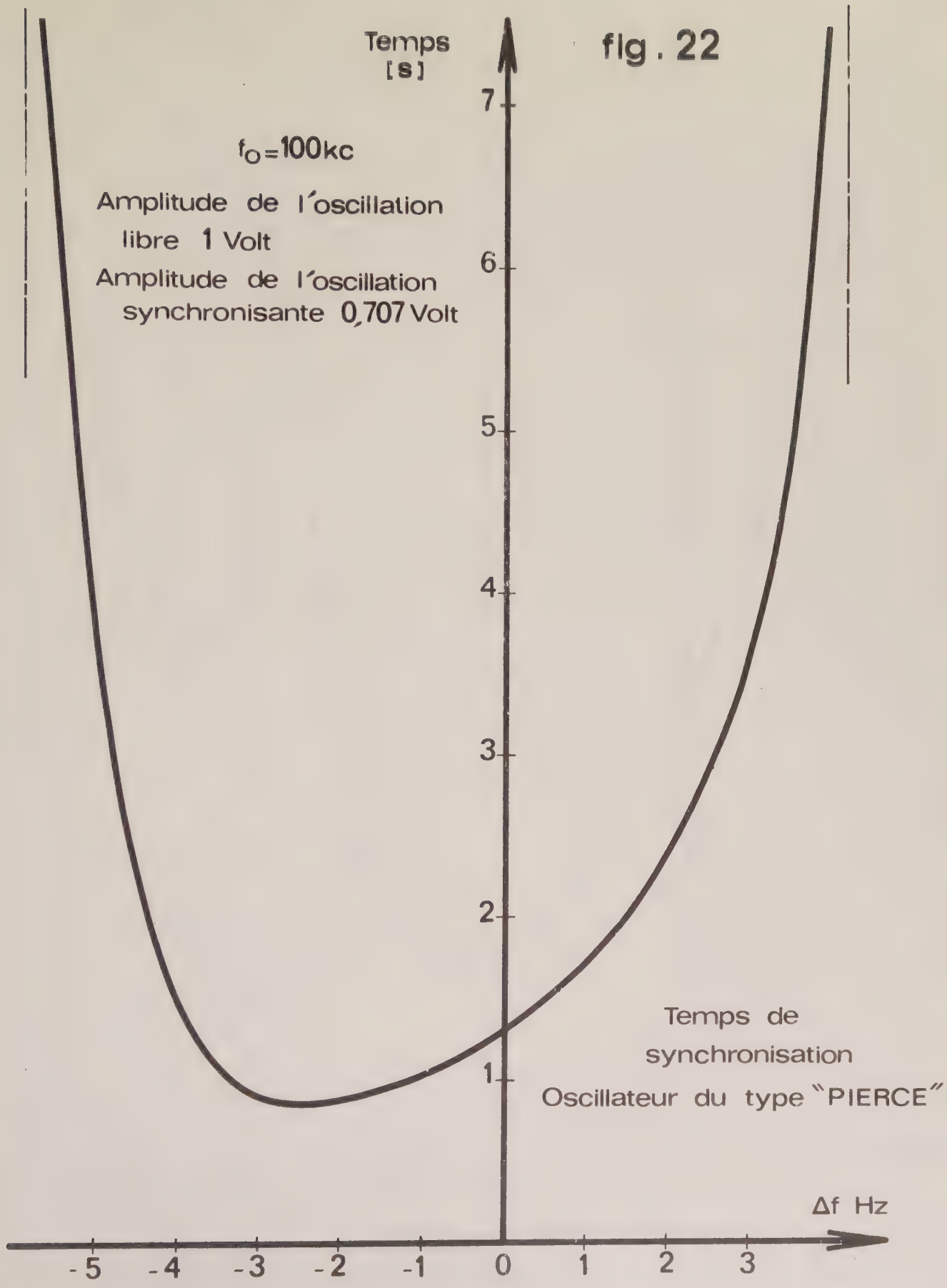
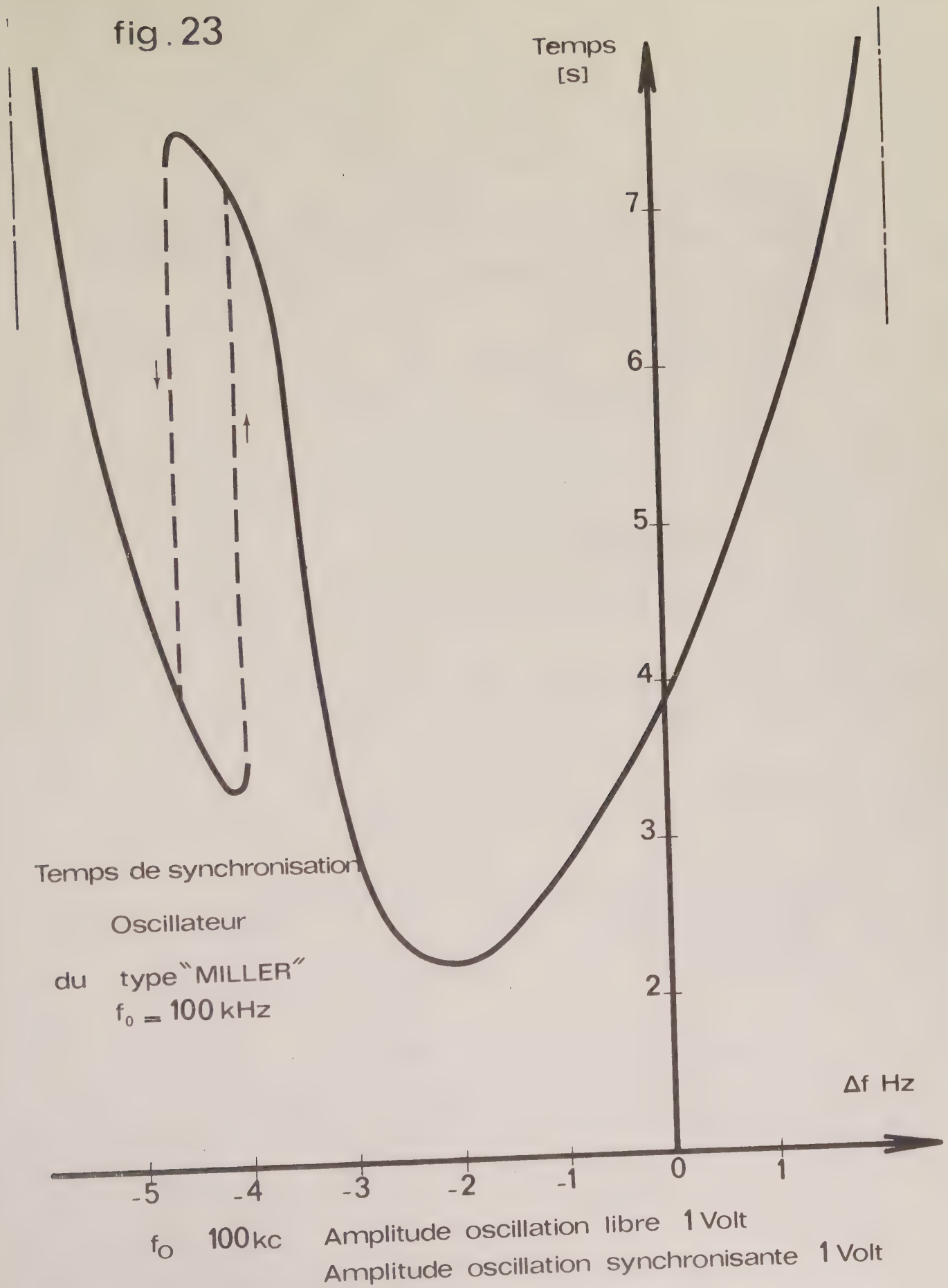

Temps
[s]
fig . 22
f_o=100kc
Amplitude de l'oscillation libre 1 Volt
Amplitude de l'oscillation synchronisante 0,707 Volt
7
6
5
4
3
2
1
Temps de synchronisation
Oscillateur du type "PIERCE"
Δf Hz
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3

fig . 23



Temps de synchronisation

Oscillateur

du type "MILLER"

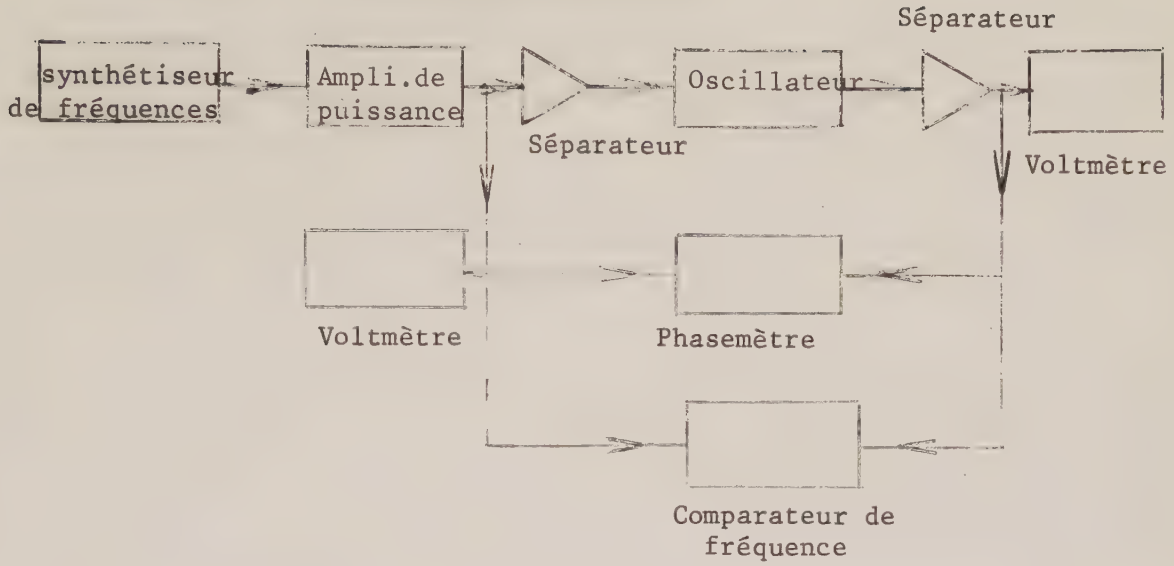
f_0 = 100 kHz

f_O 100 kc Amplitude oscillation libre 1 Volt

Amplitude oscillation synchronisante 1 Volt

- Régime permanent

a) montage expérimental



Le synthétiseur de fréquences permet d'avoir une grande précision à l'affichage avec une stabilité $> 10^{-8}$.

Deux cathodes follower séparent l'oscillateur à synchroniser du montage extérieur afin que ce dernier, en régime libre ou forcé, soit toujours chargé par la même impédance.

Le phasemètre donne l'indication de la phase entre la tension de sortie et la tension d'entrée. Fig. 16 et 18.

Le comparateur de fréquence permet de relever le seuil de synchronisation en fixant un seuil de stabilité en fréquence $\simeq 10^{-6}$. fig. 19 et 21. Sur les figures 15, 17 et 20 le trait mixtiligne délimite la zône de stabilité.

b) Discussion des courbes expérimentales

Les courbes expérimentales de synchronisation font apparaître, d'une façon indiscutable, l'analogie qu'il existe entre le comportement d'un quartz forcé par une source de fréquence variable, indépendante de ce dernier, et celui d'un quartz placé dans un système d'auto-entretien.

En effet, on s'aperçoit, en comparant les courbes de synchronisation, fig. 2 et fig. 15, 17, 20 obtenues dans les deux cas, que la fréquence correspondante, soit à un maximum de courant dans le quartz, soit à un maximum de l'amplitude de la tension synchronisée, varie avec le niveau d'excitation. On peut donc parler d'un défaut d'isochronisme à la synchronisation. Le saut amplitude-fréquence fig. 20 se justifie donc par l'élasticité non-linéaire du quartz. Chap. III - paragraphe C - Equation du type Duffing.

Dans le plan phase-écart de fréquence, les figures 16 et 18 montrent que l'on peut considérer comme fonction représentative de la phase de la tension synchronisée par rapport à la phase de la tension synchronisante un arc d'ellipse qui admet pour équation par rapport à ses axes principaux :

$$(31) \qquad \left(\frac{\delta f}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Psi}{b}\right)^2 = 1$$

dans laquelle les différentes grandeurs désignent :

$$\delta f = \Delta f - \Delta f_o \quad \text{pour} \quad \delta f \;]-\infty \; , \; 0$$

$$\Psi = (\gamma_s - \gamma_e) - (\gamma_s - \gamma_e) \quad \text{pour} \quad \Psi \;]0, +\infty$$

a et b : longueurs du grand et du petit axe.
Les coefficients Δf_o , $(\gamma_s - \gamma_e)_o$, a et b dépendent de l'amplitude de la tension synchronisante.

A titre d'exemple, on trouve pour la courbe 2 de la fig. 15, les coefficients suivants :

$$(32) \qquad \begin{array}{ll} a = 15 \text{ Hz} & f_o = 9 \text{ Hz} \\ b = \frac{2\Pi}{3} & (\gamma_s - \gamma_e)_o = -\frac{\Pi}{3} \end{array}$$

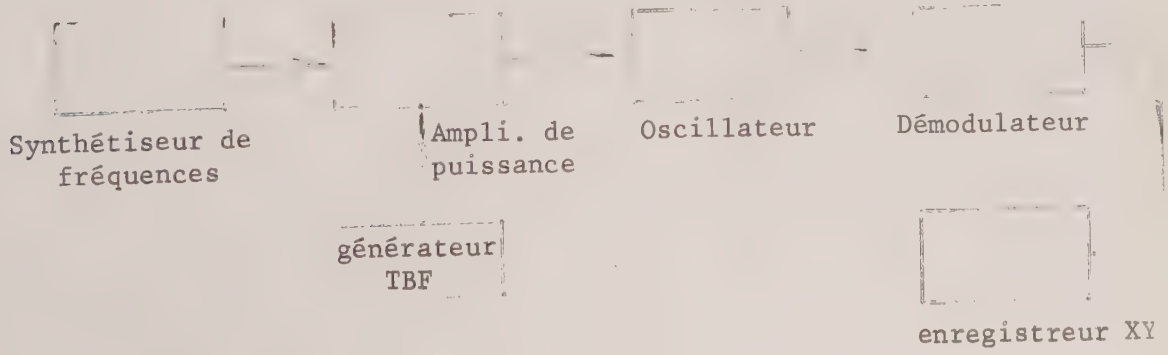
Cette courbe n'a pas été relevée pour l'oscillateur du type Miller. Toutefois on peut affirmer qu'elle serait représentée par une équation du troisième degré en $\gamma_s - \gamma_e$ présentant une discontinuité phase-fréquence semblable à celle observée sur les courbes de synchronisation fig. 19.

Les courbes fig. 19 et 21 représentant le seuil de synchronisation, pour chaque type d'oscillateur, donnent pour une oscillation libre d'amplitude et de fréquence constantes, la valeur de l'amplitude de la tension synchronisante assurant la synchronisation pour un écart de fréquence entre les deux oscillateurs en présence. D'une façon générale, on constate que ces courbes correspondent assez bien à l'équation (27) formulée dans le paragraphe précédent.

- Régime transitoire

L'oscillateur est synchronisé par un train d'ondes sinusoïdales obtenu par la combinaison d'une sinusoïde et d'un créneau générés respectivement par un synthétiseur de fréquences et un générateur très basse fréquence. Le rapport entre les fréquences est tel que le spectre defréquence du signal synchronisant se compose essentiellement d'une raie principale de largeur $\Delta f \leq 10^{-2}$ Hz, soit une variation relative de fréquence 10^{-7} inférieure au seuil de stabilité fixé à 10^{-6}

a) variation d'amplitude

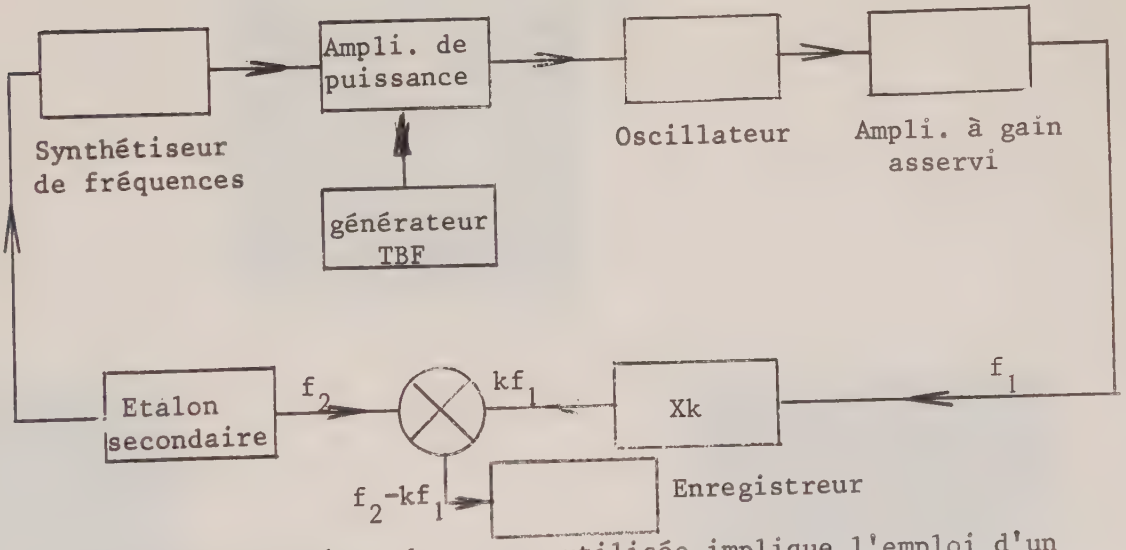


Le signal de sortie de l'oscillateur est détecté et enregistré sur une table XY.

Remarque : les oscillogrammes ci-joints donnent, à tension synchronisante croissante, l'allure du signal de sortie de l'oscillateur

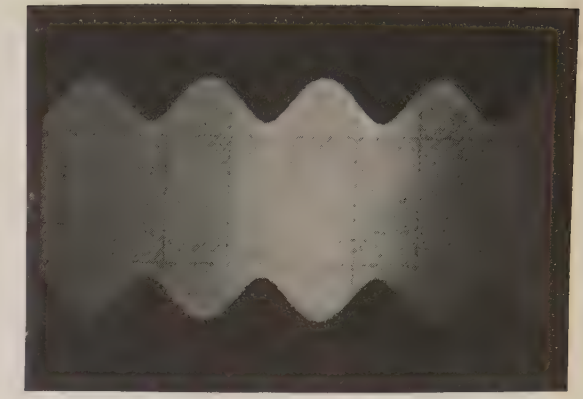
(1) libre
(2) forcé (amplitude de la tension synchronisante inférieure à l'amplitude de synchronisation)
(3) forcé (amplitude de la tension synchronisante peu différente de l'amplitude de synchronisation)
(4) synchronisé (amplitude de la tension synchronisante supérieure à l'amplitude de synchronisation)

b) variation de fréquence

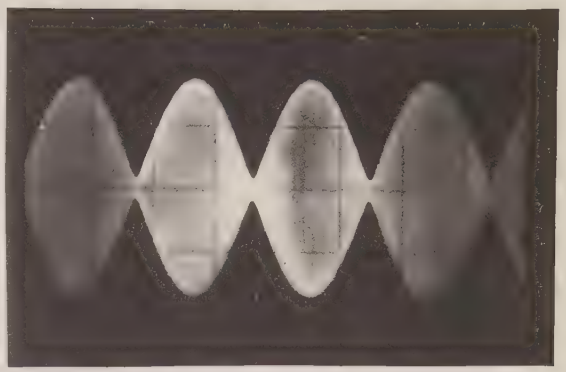


La technique de mesure utilisée implique l'emploi d'un amplificateur à gain asservi. En effet, afin d'augmenter la précision de la mesure, on multiplie la fréquence à étudier, à l'aide d'un multiplicateur de fréquence sensible au niveau d'entrée. Après la comparaison de cette fréquence à une fréquence étalon, on enregistre la fréquence des battements obtenus.

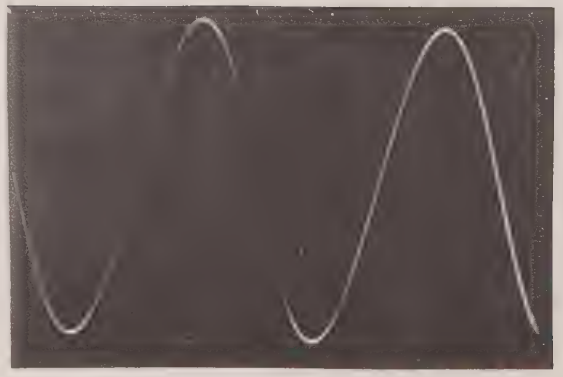
1 Libre



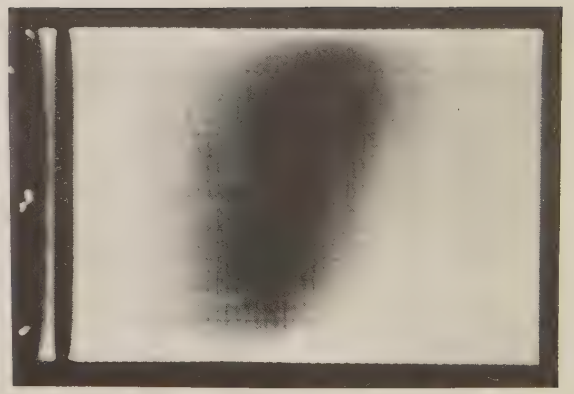
2 Forcé



3 Forcé



4 Synchronisé



4 Synchronisé

c) Discussions des résultats expérimentaux

Les courbes fig. 22 et fig. 23 représentent le temps de synchronisation pris à 98% de la valeur maximale d'équilibre, en fonction de l'écart en fréquence pour les deux types d'oscillateurs étudiés.

On note que le temps de synchronisation tend vers l'infini lorsque la fréquence de l'onde synchronisante est voisine des fréquences de coupure du filtre de réaction.

Pour l'oscillateur du type Pierce, les courbes théoriques fig. I-1, et la courbe pratique fig. 22 montrent l'analogie qu'il existe entre la notion de temps de propagation dans un filtre étroit et la notion de temps de synchronisation d'un oscillateur filtré.

Pour l'oscillateur du type Miller, il semble que l'analogie ne soit pas effective. En effet, si les courbes fig. I,2 et fig. 23 sont assez semblables quant à leur forme, elles ne le sont plus quant à l'ordre de grandeur de leurs ordonnées. La discontinuité, temps de synchronisation, écart de fréquence observée sur la fig. 23 est une conséquence directe du défaut d'isochronisme dû au quartz.

2 - Modèle théorique sur calculateur analogique

L'association, en régime permanent du système d'équations associées (6), représentant l'oscillateur du type Pierce et du seuil de synchronisation (26), ramené au niveau de la grille du tube amplificateur permet de trouver un système qui simule le montage réel.

L'expression (26) donne le courant minimum de synchronisation au niveau de la plaque. Donc en la multipliant par le module de l'impédance de transfert pour $\omega = \omega_o$, on obtient l'équation

$$\delta X \geqslant X_o \quad |\delta\gamma| .$$

Compte tenu du calibrage relatif des différents monômes intervenant dans les équations du système (6), on néglige les non linéarités dues au frottement et au tube amplificateur et l'on câble sur l'ANALAC le système suivant :

$$
\begin{aligned}
& 2\beta Q + \frac{\delta}{L_1 \omega} X \sin(\gamma - \Psi) = 0 \\
& -2\Delta\omega Q + \frac{\gamma \omega_o^3}{4} Q^3 - \frac{\delta}{L_1 \omega} X \cos(\gamma - \Psi) = 0 \\
& -(C\mu + C_2)\,\omega X + \frac{C}{C_o}\,\omega Q \cos(\gamma - \Psi) + \frac{1}{RC_o} Q \sin(\gamma - \Psi) + Z \sin\gamma = 0 \\
& -aX - \frac{C}{C_o}\,\omega Q \sin(\gamma - \Psi) + \frac{1}{RC_o} Q \cos(\gamma - \Psi) + Z \cos\gamma = 0 \\
& |X| \geq X_o \{ |\delta\gamma| + 1 \}
\end{aligned}
\qquad (33)
$$

Système dans lequel les différentes grandeurs intervenant ont pour valeurs dans le cas d'un quartz LPE X + 5° :

$$
\begin{aligned}
& 2\beta = 50 \quad T^{-1} \qquad (C\mu + C_2)\omega = 0{,}8.10^{-2} \quad \Omega^{-1} \\
& \frac{\gamma \omega_o^3}{4} = 1{,}5 \times 10^{-8} \quad A^{-2} T^3 \qquad X \in \{ 0 , 3 \} \quad V \\
& \frac{\delta}{L_1 \omega_o} = 0{,}6.10^{-7} \quad \Omega^{-1} \qquad Z \in \{ 0{,}3 , 10^{-2} \} \quad A \\
& \frac{1}{RC_o} = 0{,}28.10^{7} \quad T^{-1} \qquad Q \in \{ 0 , 10^{-8} \} \quad AT^{-1} \\
& a = 1{,}58.10^{-2} \quad \Omega^{-1} \qquad \Delta\omega \in \{ -10^{2} \text{ à } 10^{2} \} \quad T^{-1}
\end{aligned}
\qquad (34)
$$

Les différentes courbes relevées admettent comme paramètre l'amplitude du courant synchronisant. Elles représentent en fonction de l'écart de fréquence Δf entre l'onde synchronisante et l'oscillation libre, les variations des grandeurs suivantes :

Fig. 24 Amplitude de la tension grille synchronisée

Fig. 25 Déphasage entre la tension grille et le courant synchronisant

Fig. 26 Courant dans la branche motionnelle du quartz

fig . 24

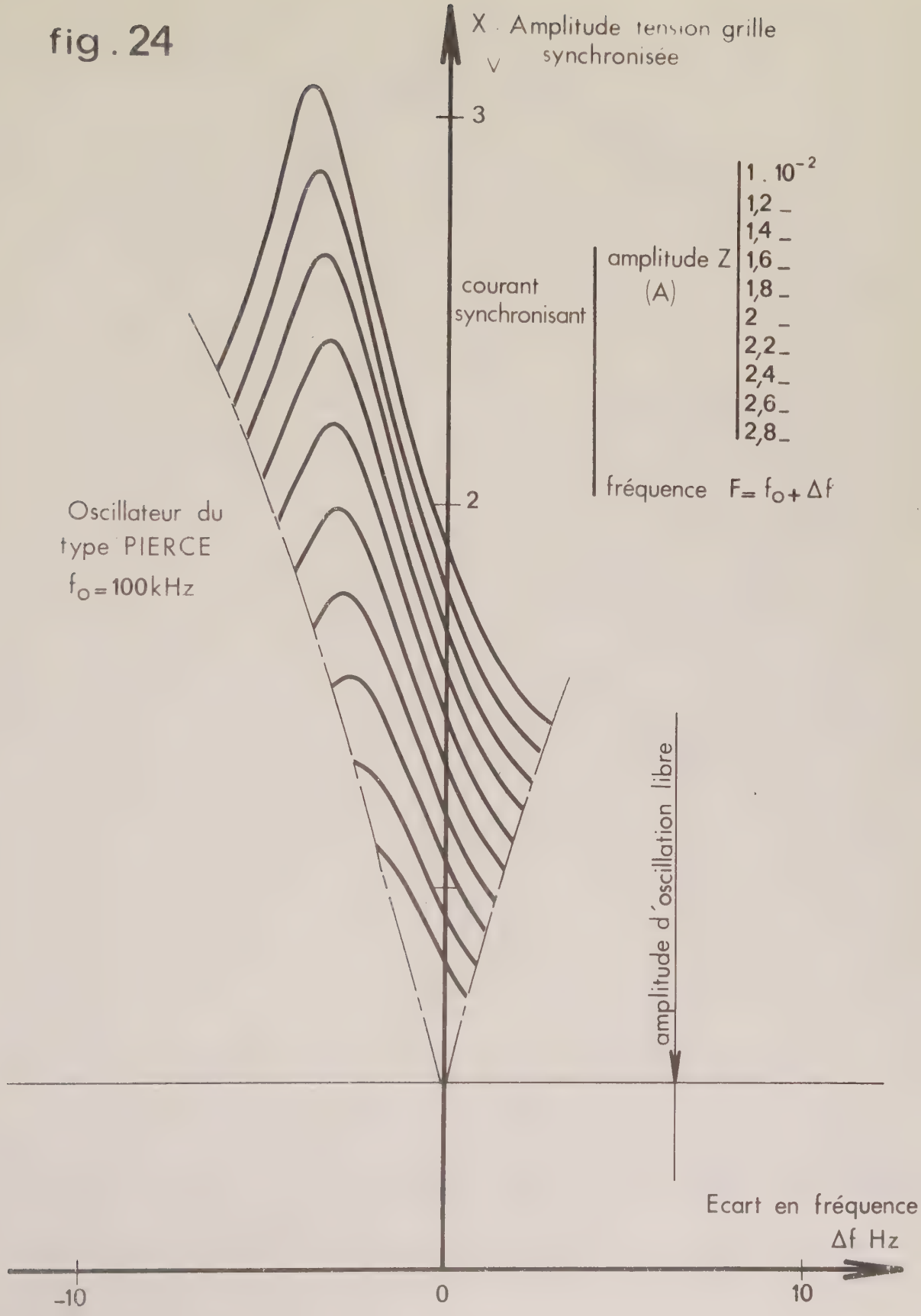

X . Amplitude tension grille synchronisée
V
3
2
courant synchronisant
amplitude Z (A)
1 . 10⁻²
1,2 _
1,4 _
1,6 _
1,8 _
2 _
2,2 _
2,4 _
2,6 _
2,8 _
fréquence F = f₀ + Δf
Oscillateur du type PIERCE
f₀ = 100 kHz
amplitude d'oscillation libre
Ecart en fréquence
Δf Hz
-10
0
10

fig . 25

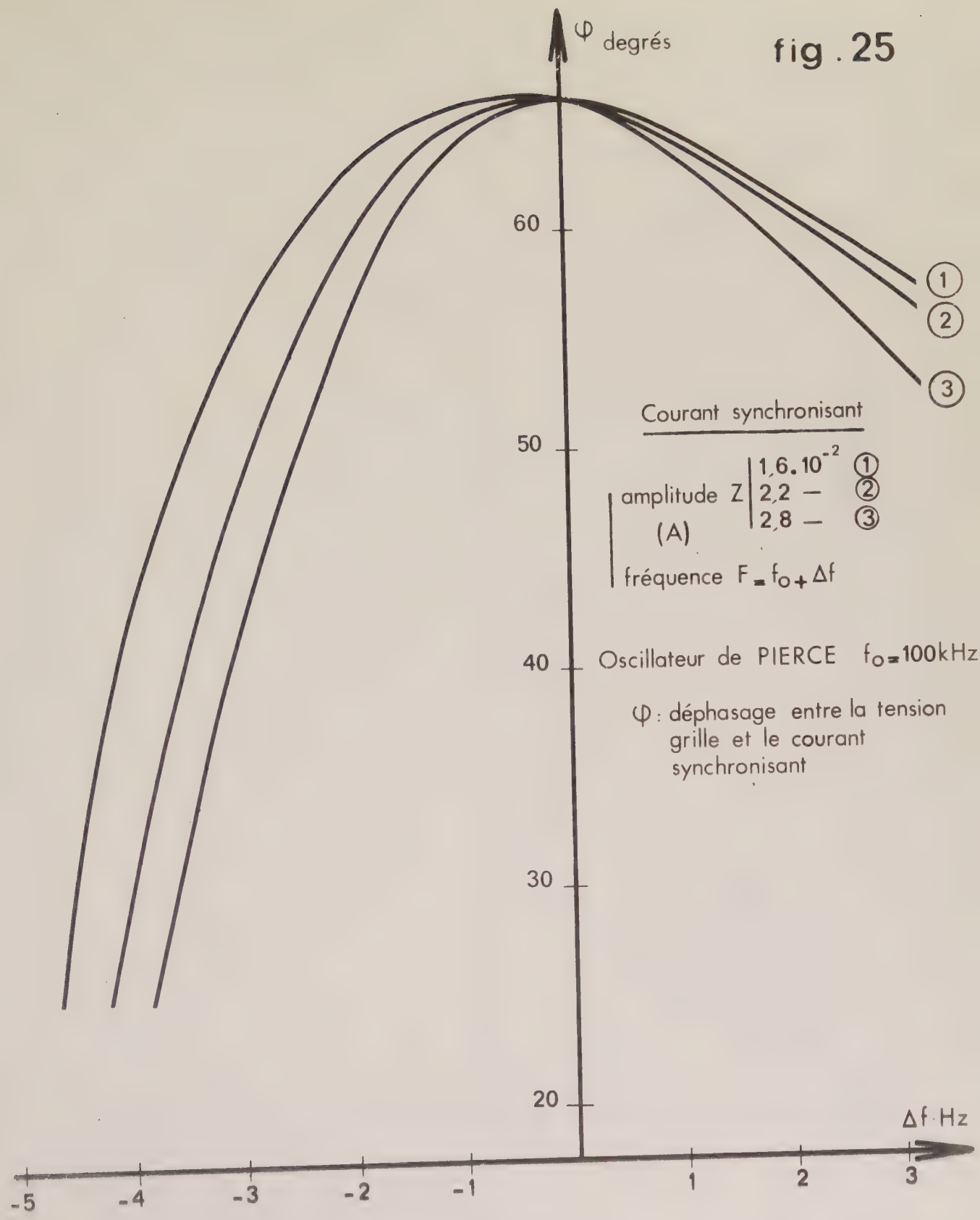
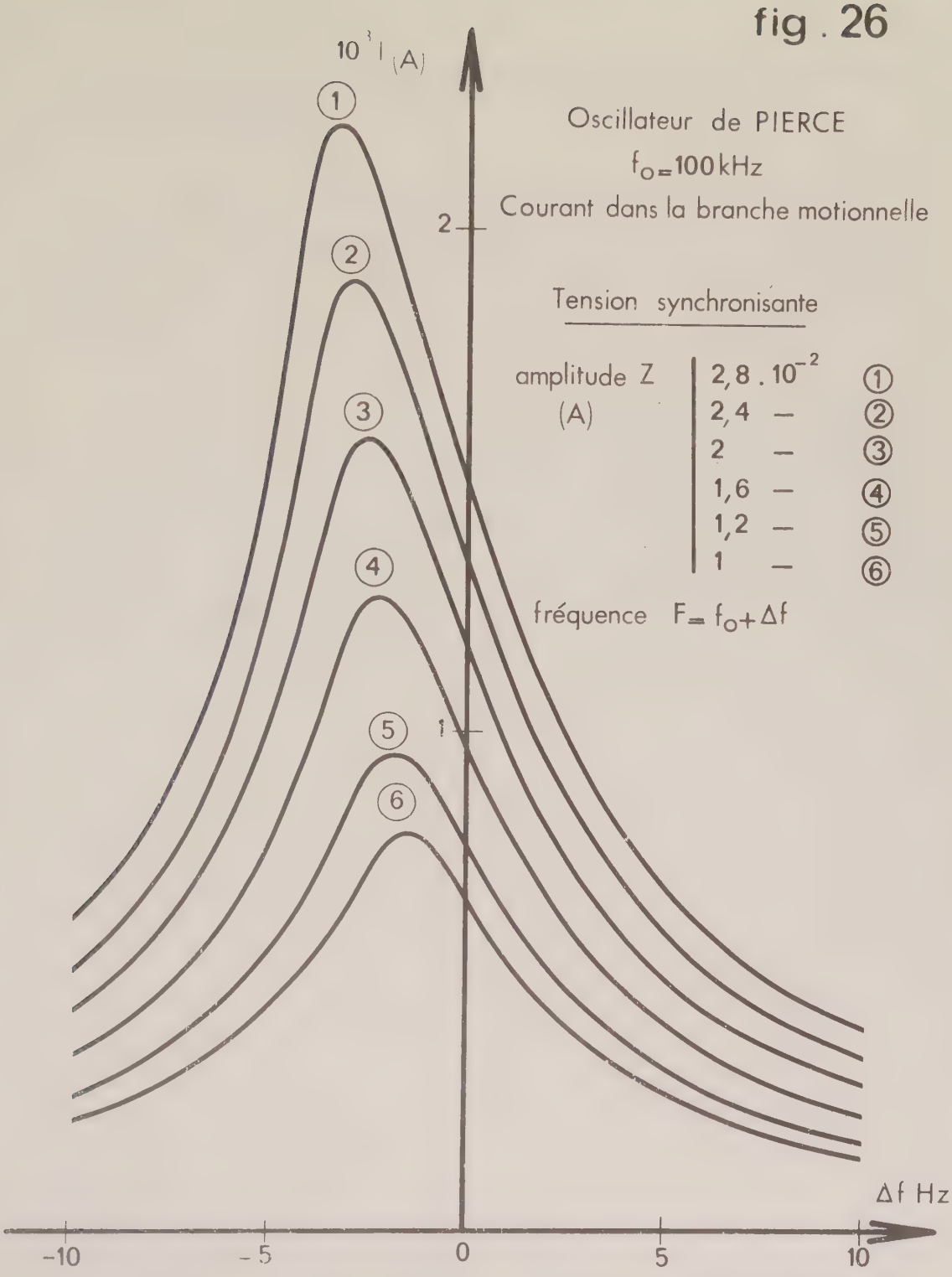

Φ degrés
60
50
40
30
20
Δf Hz
-5
-4
-3
-2
-1
1
2
3
1
2
3
Courant synchronisant
amplitude Z (A)
1,6.10⁻² ①
2,2 — ②
2,8 — ③
fréquence F = f₀ + Δf
Oscillateur de PIERCE f₀ = 100kHz
Φ : déphasage entre la tension grille et le courant synchronisant

fig . 26


10^3 I (A)
1
2
3
4
5
6
2
1
Oscillateur de PIERCE
f_o = 100 kHz
Courant dans la branche motionnelle
Tension synchronisante
amplitude Z (A)
2,8 . 10^{-2} ①
2,4 — ②
2 — ③
1,6 — ④
1,2 — ⑤
1 — ⑥
fréquence $F = f_o + \Delta f$
Δf Hz
-10
-5
0
5
10

3 - Comparaison des courbes expérimentales aux courbes obtenues sur l'ANALAC

Bien que les variables considérées dans les deux cas soient différentes, on constate que les deux systèmes ont un comportement identique tant dans l'évolution des variables enregistrées que dans la forme du seuil de synchronisation. fig. 15 à 21 - fig. 25 .

En effet, pratiquement, on a enregistré les variations de la tension de sortie par rapport à la tension synchronisante alors que sur le calculateur on a relevé les variations de la tension grille par rapport au courant synchronisant. La comparaison des courbes fig. 2 et fig. 26, donnant l'évolution du courant dans la branche motionnelle, montre l'analogie qu'il existe entre la synchronisation d'un quartz et celle d'un oscillateur à quartz.

V - CONCLUSION

L'étude des oscillations forcées d'un quartz montre la nécessité de connaitre exactement les conditions d'emploi de ce dernier et surtout l'amplitude de la tension ramenée à ses bornes par le système d'entretien.

La réalisation d'oscillateurs à haute stabilité implique, du fait des non-linéarités propres au quartz, d'adjoindre au système d'entretien un asservissement d'amplitude.

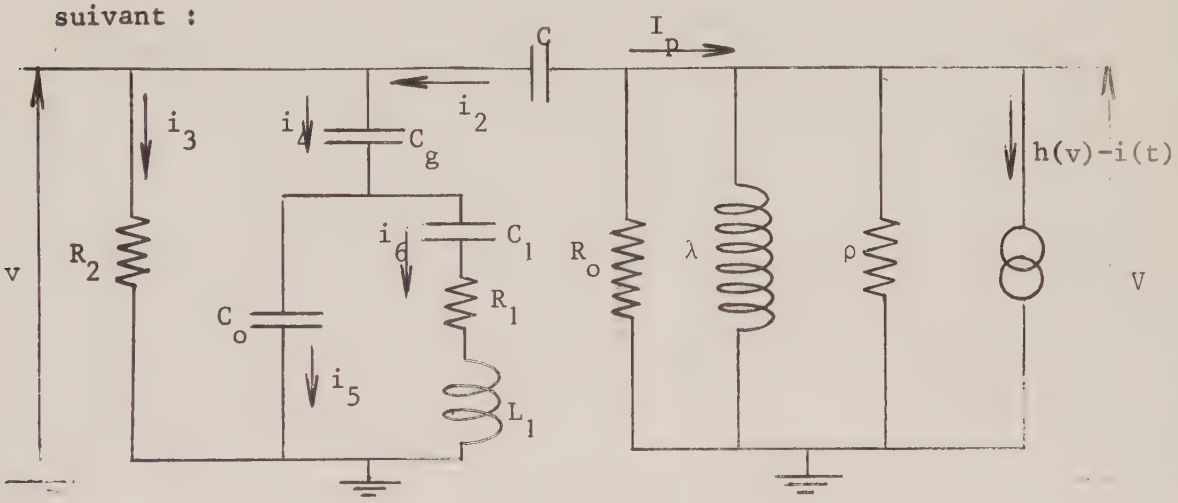
En comparant les résultats obtenus en oscillation forcée à ceux obtenus en oscillation libre, il apparaît une différence très nette. En effet, si le défaut d'isochronisme, en fonction du niveau, dans les deux cas est approximativement du même ordre de grandeur, il n'en est pas de même des variations des éléments motionnels et en particulier pour la résistance série. On trouve, dans notre étude, des variations de résistance de l'ordre de 50% pour un domaine de variation de puissance supérieur à 40 db , alors qu'en oscillation libre la variation de résistance n'est pas décelable. La mise en oscillation forcée d'un quartz simulant la majorité des cas d'utilisation, nous estimons à priori, qu'en pratique, ces variations sont effectives et seules représentatives des phénomènes observés.

Il serait intéressant, afin de différencier les non-linéarités inhérentes au quartz des non-linéarités introduites par le couplage quartz-suspension, de pouvoir comparer sur des quartz provenant de la même coupe l'influence de différents types de suspension, en s'inspirant des travaux effectués par Monsieur IANOUCHEVSKY dans ce domaine .

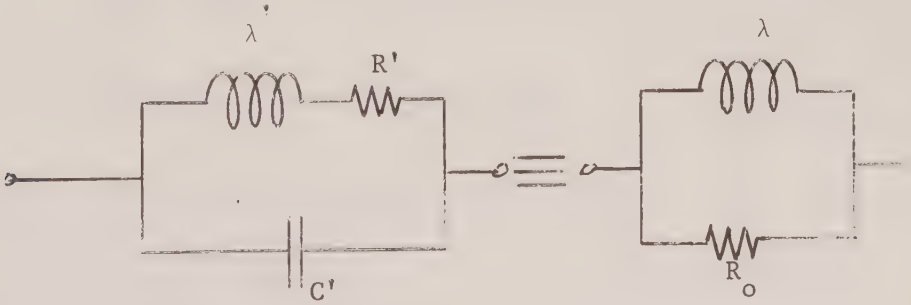
ANNEXE I

Théorie de l'oscillateur du type Miller

L'oscillateur considéré est un oscillateur à réaction équivalent à la fréquence d'oscillation à un oscillateur du type Hartley. On représente cet oscillateur par le schéma équivalent suivant :



Le tube est considéré comme un générateur de courant, dont l'intensité vaut h(v) et l'impédance de sortie ρ. Le circuit bouchon placé sur la plaque est selfique, donc équivalent:



C capacité de réaction anode grille

C_g capacité d'ajustement de fréquence de résonance du quartz

R_2 résistance de fuite de la grille

i(t) courant synchronisant injecté au niveau de la plaque

Les équations de départ sont :

$$i_2 + V\left(\frac{1}{R_o} + \frac{1}{\rho}\right) + \frac{1}{\lambda}\int V\,dt + h(v) - i(t) = 0$$

(1)
$$i_2 = i_3 + i_4 = \frac{v}{R_2} + \frac{C_g C_o}{C_o + C_g}\frac{dv}{dt} + \frac{C_g}{C_o + C_g} i_6 = \frac{Cd}{dt}(V-v)$$

$$\frac{C_g}{C_o + C_g} v = L_1 \frac{di_6}{dt} + R_1 i_6 + \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_o + C_g}\right)\int i_6\,dt$$

En posant :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_o} + \frac{1}{\rho} \qquad \delta = \frac{C_g}{C_o + C_g} \qquad q = \int i_6\,dt$$

(2)
$$h(v) = a_1 v - bv^3 \qquad a = \frac{1}{R_2} + a_1 \qquad R_1 = R'\{1 + \lambda (i_6)^2\}$$

$$\omega^2 = \omega_o^2\{1 + \gamma_1 (i_6)^2\} \quad \text{et} \quad \omega_o^2 = \frac{1}{L_1}\left\{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_o + C_g}\right\} \quad 2\beta = \frac{R'}{L_1}$$

Le système initial devient :

$$\frac{\delta}{L_1} v = \frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta\left\{1 + \lambda\left(\frac{dq}{dt}\right)^2\right\}\frac{dq}{dt} + \omega_o^2\left\{1 + \gamma_1\left(\frac{dq}{dt}\right)^2\right\} q$$

(3)
$$\delta C_o \frac{d^2v}{dt} + \frac{dv}{dt}\{a - 3bv^2\} = \frac{d}{dt}\{i(t)\} - \frac{1}{R}\frac{dV}{dt} - \frac{V}{\lambda} - \delta\frac{d^2q}{dt^2}$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{v}{R_2 C} + \left(\frac{\delta C_o}{C} + 1\right)\frac{dv}{dt} + \frac{\delta}{C}\frac{dq}{dt}$$

Si le système précédent (3) admet les solutions :

(4)
$$q = Q\cos(\omega t + \Psi)$$

$$v = X\cos(\omega t + \gamma)$$

$$V = Y\cos(\omega t + \Theta)$$

lorsque le courant synchronisant est de la forme $i(t) = Z \cos \omega t$ la théorie générale de la synchronisation permet de trouver le système associé :

$$Q\frac{d\Psi}{dt} = \frac{Q\omega_o^2}{2\omega}\left\{1 - \frac{\omega^2}{\omega_o^2} + \frac{\gamma_1\omega^2}{4}Q^2\right\} - \frac{\delta}{2L_1\omega}X\cos(\gamma-\Psi)$$

$$\frac{dQ}{dt} + \beta Q\left\{1 + \frac{3}{4}\lambda\omega^2Q^2\right\} = -\frac{\delta}{2L_1}X\sin(\gamma-\Psi)$$

$$2\delta C_o X\frac{d\gamma}{dt} = Z\sin\gamma + \frac{Y}{R}\sin(\Theta-\gamma) + \frac{Y}{\lambda\omega}\cos(\Theta-\gamma) - \delta\left(\omega+\frac{d\Psi}{dt}\right)Q\cos(\Psi-\gamma)$$

$$- \delta\frac{dQ}{dt}\sin(\gamma-\Psi) - \delta C_o\omega X \qquad (5)$$

$$2\delta C\frac{dX}{dt} = -aX\left(1 - \frac{3b}{4a}X^2\right) + Z\cos\gamma - \frac{Y}{R}\cos(\Theta-\gamma) - \frac{Y}{\lambda\omega}\sin(\gamma-\Theta) +$$

$$+ \delta\left(\omega + \frac{d\Psi}{dt}\right)Q\sin(\gamma-\Psi) - \delta\frac{dQ}{dt}\cos(\Psi-\gamma)$$

$$-CY\left(\omega+\frac{d\Theta}{dt}\right) = \frac{X}{R_2}\sin(\gamma-\Theta) - \omega X(\delta C_o + C)\cos(\gamma-\Theta) - \delta\omega Q\cos(\Psi-\gamma)$$

$$C\frac{dY}{dt} = \frac{X}{R_2}\cos(\gamma-\Theta) + \omega X(\delta C_o + C)\sin(\gamma-\Theta) + \delta\omega Q\sin(\Psi-\Theta)$$

Le calibrage des équations nous permet de considérer comme négligeable en première approximation :

$2\delta C_o X\frac{d\gamma}{dt}$, $2\delta C_o\frac{dX}{dt}$, $C\,Y\frac{d\Theta}{dt}$, $\frac{CdY}{dt}$, $\frac{\delta d\Psi}{dt}Q\sin(\gamma-\Psi)$, $\frac{\delta dQ}{dt}\cos(\Psi-\gamma)$,

$\frac{\delta d\Psi}{dt}Q\cos(\Psi-\gamma)$, $\frac{\delta dQ}{dt}\sin(\gamma-\Psi)$

ce qui donne le système final simplifié :

$$Q\frac{d\Psi}{dt} = \frac{Q\omega_o^2}{2\omega}\left\{1 - \frac{\omega^2}{\omega_o^2} + \frac{\gamma}{4}\omega^2Q^2\right\} - \frac{\delta}{2L\psi_1}X\cos(\gamma-\Psi)$$

$$\frac{dQ}{dt} + \beta Q\left\{1 + \frac{3}{4}\lambda\omega^2Q^2\right\} = -\frac{\delta X}{2L_1\omega}\sin(\gamma-\Psi)$$

$$0 = Z\sin\gamma + \frac{Y}{R}\sin(\Theta-\gamma) + \frac{Y}{\lambda\omega}\cos(\Theta-\gamma) - \delta\omega Q\cos(\Psi-\gamma) - \delta C_o\omega X$$

(6)
$$0=-aX\left(1-\frac{3b}{4a}X^2\right)+Z\cos\gamma-\frac{Y}{R}\cos(\theta-\gamma)-\frac{Y}{\lambda\omega}\sin(\gamma-\theta)-\delta\omega Q\sin(\gamma-\Psi)$$

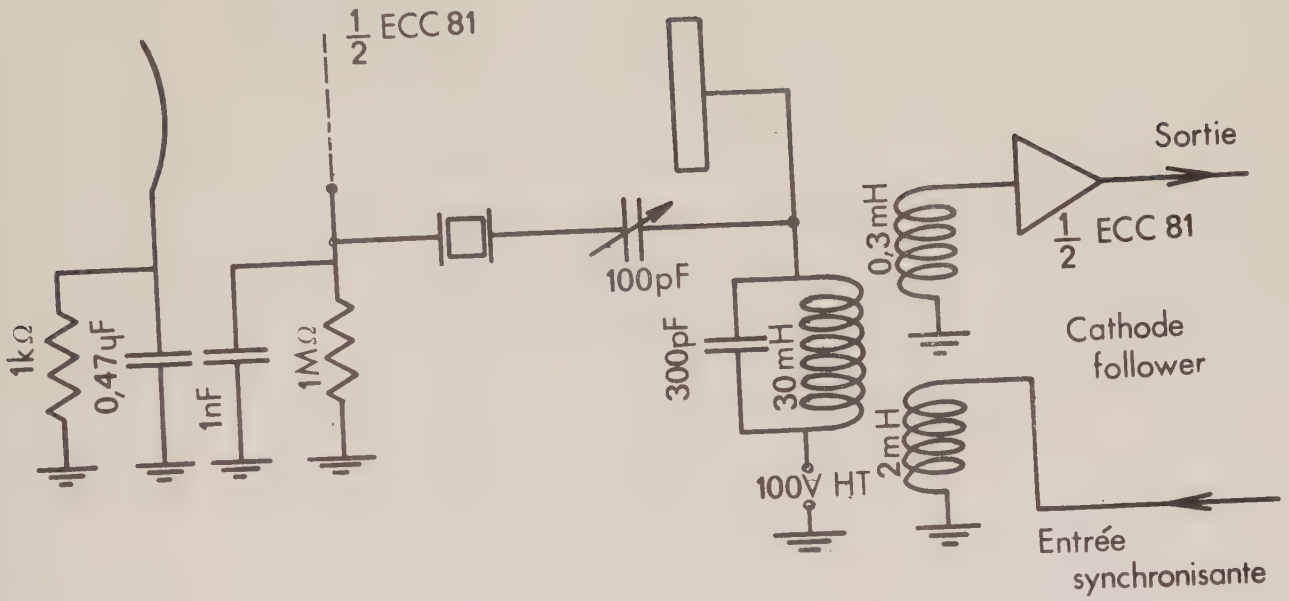
$$0=\frac{X}{R_2}\sin(\gamma-\theta)-\omega X(\delta C_o+C)\cos(\gamma-\theta)-\delta\omega Q\cos(\Psi-\theta)$$

$$0=\frac{X}{R_2}\cos(\gamma-\theta)+\omega X(\delta C_o+C)\sin(\gamma-\theta)+\delta\omega Q\sin(\Psi-\theta)$$

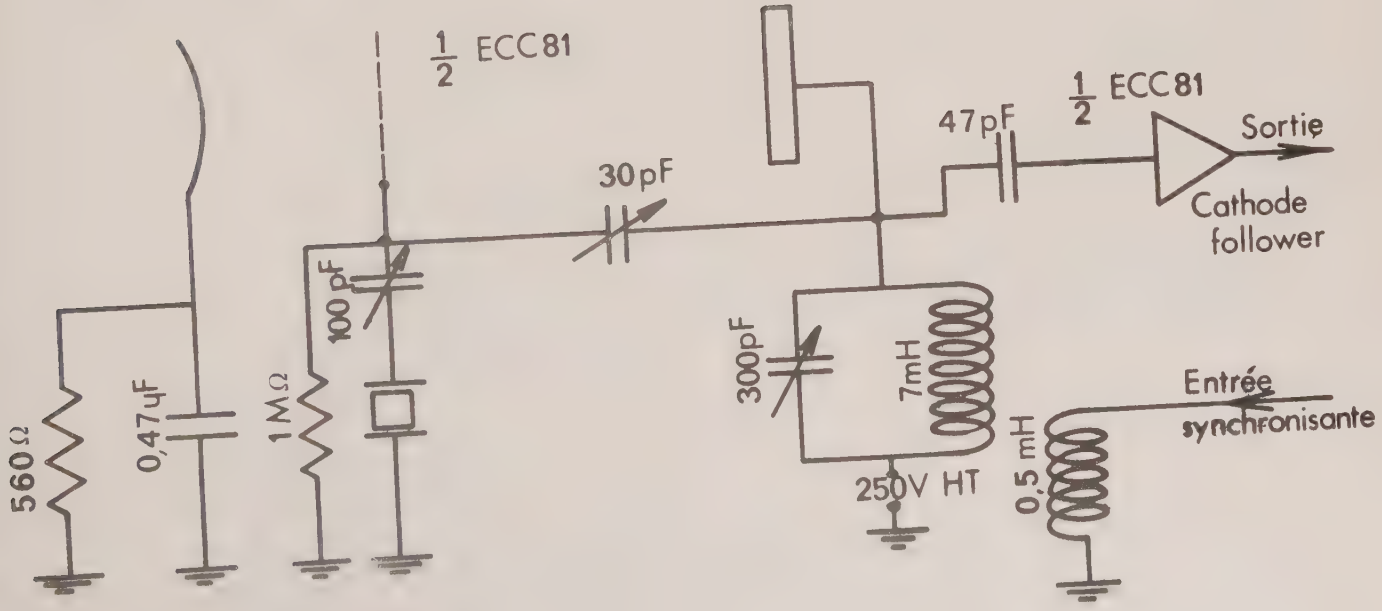
Ce modèle de calcul dépassant les possibilités du calculateur ANALAC, il ne nous a pas été possible de le résoudre. On constate toutefois après le calibrage effectué que les deux premières équations du système (6) ont seules une importance sur les régimes transitoires.

ANNEXE 2

a/ Oscillateur du type PIERCE



b/ Oscillateur du type MILLER



NOTATIONS UTILISEES

Chapitre II

Z	impédance série	de la 1/2 cellule de base
Z'	impédance dérivation	
U_1 I_1	puissance apparente à l'entrée	
U_2 I_2	puissance apparente à la sortie	
$\frac{\Theta}{2}$	exposant de transfert sur image	

Ψ (ω) déphasage relatif au filtre de réaction

$\tau p = \frac{d\Psi}{d\omega}$ temps de propagation

C_o, L, C éléments propres au quartz sans perte

C' capacité auxiliaire

f_r fréquence de résonance du quartz

f_a fréquence d'antirésonance du quartz

f_1 fréquence de coupure inférieure

f_2 fréquence de coupure supérieure

f_o fréquence centrale définie par $f_o^2 = \frac{f_1^2 + f_2^2}{2}$

$\delta f = f - f_o$ écart entre la fréquence de travail et la fréquence centrale du filtre

$2\Delta f = \frac{f_2^2 - f_1^2}{f_o}$ écart de fréquence définissant la largeur de bande du filtre

$\beta = \frac{C'}{C_o}$ coefficient chiffrant le rapport entre la capacité auxiliaire et la capacité inter-électrodes du quartz

$x = \frac{2\delta\omega}{\Delta\omega}$ variable réduite

Chapitre III

R, L, C éléments de la branche motionnelle du quartz

C_o capacité inter-électrodes du quartz

ρ_1 résistance de sortie de l'amplificateur de puissance

R_1 résistance donnant l'image du courant dans le quartz

U tension de sortie de l'amplificateur de puissance

E tension à vide de l'amplificateur de puissance

V_i tension proportionnelle au courant dans le quartz

Q coefficient de qualité du quartz

V_q tension aux bornes du quartz

λ , ρ_2 caractéristiques de la self auxiliaire

γ capacité auxiliaire accordant la self auxiliaire à la fréquence f_r

z_1 impédance équivalente de la self auxiliaire en série avec l'impédance de sortie de l'amplificateur de puissance

z_2 impédance équivalente des capacités γ et C_o en parallèle

Z impédance de la branche motionnelle

f_r fréquence de résonance du quartz

$\delta f = f'_1 - f'_2$ écart de fréquence à 3 db au fond de la crevasse

q_1 coefficient de qualité de la capacité $\gamma + C_o$

$\rho = \rho_1 + \rho_2$ résistance équivalente de la self auxiliaire en série avec la résistance de sortie de l'amplificateur de puissance

$\alpha = \dfrac{L\omega_r}{\rho_1 + \rho_2}$ coefficient de qualité de la self auxiliaire

$q = Q \cos(\omega t + \Psi)$ charge instantanée de la capacité motionnelle C

$2\beta = \dfrac{R(q')}{L}$ coefficient homogène à l'inverse d'un temps chiffrant l'amortissement

$R(q') = R_o \{1 + (\dfrac{dq}{dt})^2\}$ résistance non linéaire dépendant de la puissance

$f = f_r \sqrt{1 + (\dfrac{dq}{dt})^2}$ fréquence de résonance mettant en évidence le défaut d'isochronisme

$i = I \cos(\omega t + \varphi)$ courant instantané dans le circuit motionnel

$I = \omega Q$ amplitude du courant motionnel en fonction de l'amplitude de la charge instantanée de C

$\varphi = \Psi + \dfrac{\Pi}{2}$ déphasage entre le courant motionnel et la charge instantanée

$X = \dfrac{\omega E_o^2}{L}$ injection équivalente

λ coefficient de frottement non-linéaire

γ coefficient d'élasticité non-linéaire

Chapitre IV

A - Oscillateur du type Pierce

$i(t) = Z \cos \omega t$ courant synchronisant

$h(v) = a_1 v - bv^3$ courant en court-circuit du générateur de courant équivalent au tube amplificateur

ρ impédance de sortie

R_o, C capacité équivalente au circuit bouchon placé sur la plaque

C_o, L_1, R_1, C_1 éléments propres au quartz

C_2 capacité de fuite

i_2 courant dans la capacité de fuite

i_5 courant dans la capacité inter-électrodes

i_6 courant dans la branche motionnelle

$U = Y \cos(\omega t + \Theta)$ tension anode-cathode

$v = X \cos(\omega t + \gamma)$ tension grille-cathode

$q = \int i_6 dt = Q \cos(\omega t + \Psi)$ charge instantanée de la capacité motionnelle

B - Seuil de synchronisation

I courant synchronisant de fréquence f

i courant anode

$h(v)$ transconductance de l'amplificateur en fonction de la tension grille cathode

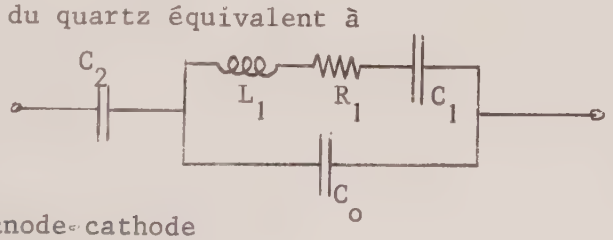
$y = Y_{12}(\omega)$ admittance de transfert du circuit de réaction

f_o fréquence d'auto-oscillation

$\frac{d\Psi}{dt}$ pulsation des battements

$g = \frac{h(v)}{v}$ admittance de l'élément actif

G admittance du quartz équivalent à



Z impédance

Z_1 impédance anode-cathode

Z_2 impédance grille-cathode

Z_3 impédance de liaison anode-grille

f_r fréquence résonance série

$\Delta f = f - f_r$ écart entre la fréquence de travail f et la fréquence de résonance

$\Phi_2 = R_2 C_2 \omega$ grandeur chiffrant la fréquence de coupure à 3 db

$\alpha = \text{arc tg } \frac{1}{\Phi_2} \left\{ \frac{2\Delta f}{f_r} - \frac{C_1}{C_t} \right\}$ argument paramétrant les cercles d'admittance et d'impédance en fonction de la fréquence

Annexe I

Oscillateurs de Miller

$i(t) = Z \cos \omega t$ courant synchronisant

$h(v) = a_1 v - b v^3$ courant en court-circuit du générateur de courant équivalent au tube amplificateur

ρ impédance de sortie

R_o λ self équivalente au circuit bouchon placé sur la plaque

C capacité de liaison anode grille

C_g capacité d'ajustement de la fréquence de résonance du quartz

C_o, C_1, R_1, L_1 éléments propres au quartz

R_2 résistance de fuite placée sur la grille

$V = Y \cos(\omega t + \Theta)$ tension anode-cathode

$v = X \cos(\omega t + \gamma)$ tension grille-cathode

I_p courant plaque

i_2 courant dans la capacité de liaison

i_6 courant dans la branche motionnelle

i_5 courant dans la capacité inter-électrodes

i_3 courant dans la résistance de fuite R_2

$q = \int i_6 dt = Q \cos(\omega t + \Psi)$ charge instantanée de la capacité motionnelle

BIBLIOGRAPHIE

P. POINCELOT — Les régimes transitoires dans les réseaux électriques
Collection du CNET - 1953

D. INDJOUDJIAN - P. ANDRIEUX
Les filtres à cristaux piézoélectriques
Collection du CNET - 1953

A. ANGOT — Compléments de mathématiques
Edition de la revue d'optique - 1957

F. VALENTIN — Coupes X du quartz - Applications métrologiques
Thèse docteur 3e cycle - 1966

VIGOUREUX — Quartz vibrators and their applications
H.M Stationery office - 1950

J. HAAG — Les mouvements vibratoires
P U F - 1952

J. HAAG - R. CHALEAT
Problèmes de théorie générale des oscillations et de chronométrie
Eyrolles - 1960

J. GROSZKOWSKI — Frequency of self oscillations
Pergamon press - Oxford - London - New-York - Paris - 1964

L. SIDERIADES — Considérations théoriques à des fins expérimentales sur un résonateur série
(Colloques internationaux du CNRS - les vibrations forcées dans les systèmes non linéaires) - sept. 1964

L. SIDERIADES — Méthodes topologiques appliquées à l'électronique
(publications scientifiques et techniques du Ministère de l'Air) - 1959

Y. ROCARD — Théorie des oscillateurs
Editions de la revue scientifique - 1941

W.J CUNNINGHAM Analyse non-linéaire
Dunod - 1963

N. MINORSKY Non-linear oscillations
D Van Nostrand - 1962

J.C GILLE - P. DECAULNE - M. PELEGRIN
Méthodes nouvelles des systèmes asservis
Dunod

G. GOUDET Electronique industrielle
Eyrolles - 1962

D. HAMMOND - C. ADAMS - L. CUTLER
Precision crystals units
Symposium of frequency control - 1963

V. BELEVITCH Théorie des circuits non-linéaires en régime alternatif
Gauthier-Villars - 1959

N.W Mc LACHLAN Ordinary non-linear differential equations in engineering and physical sciences
Oxford at the Clarendar press - 1955

P. NASLIN Les régimes variables dans les systèmes linéaires et non-linéaires
Dunod - 1962

R. BERETZE Fonction de transfert d'un système oscillant synchronisé par un signal extérieur sinusoïdal
Revue H.F - vol. IV n°6 - 1959

T. JOOS DE TER BEERST
Synchronisation des oscillateurs à déphasage
Revue H.F - vol. VI n° 12 - 1966

G. CAHEN et J. LOEB
Entraînement des oscillateurs non linéaires filtrés
Annales des télécommunications - 1959

A. SEED — Non linear effects in quartz resonators physics department
Impenal college - London SW 7
Fourth international congress on acoustics - August 1962

GAGNEPAIN — Régimes transitoires et non-linéarités dans les oscillations du quartz (oscillation libre)
Thèse docteur 3e cycle - 1968